

《中学数学自学辅导教材》的编写 与教学实验研究

卢 仲 衡

(中国科学院心理研究所)

一、学生学习类型

思维发生发展中所表现出来的个别差异就是思维品质。思维品质的研究对学习起着重要作用。我把学生分为四种学习类型：1.敏捷而踏实；2.敏捷而不踏实；3.不敏捷而踏实；4.不敏捷而不踏实。敏捷而踏实的学生自学四、五分钟的内容，而不敏捷不踏实的学生则要学十多分钟，速度几乎差两倍，个别差异如此之大，不敏捷而踏实的学生还未听懂而老师就讲过去的，敏捷的学生已不耐烦了。采取自学方式，眼睛是主动分析器，一遍看不懂可看2遍、3遍、4遍、弄懂为止，听觉是被动的，老师讲授时听不懂就不能再听了。我们大量的研究证明，敏捷而踏实（快而准）和不敏捷而踏实（慢而准）这两类型学生在自学中受益较大，尤以不敏捷而踏实的学生为最大。由于女学生比男学生踏实，所以自学班在初中整个阶段中，仍是女学生的成绩优于男生。

二、班集体与个别化相结合的教学思想

1. 班级教育的主要的优点是：(1) 可以向全班学生进行教学，一位教师同时可以教众多的学生，并使他们共同前进。(2) 班级教育以教师为主体，以教师为主导，因此教师可以系统地、有顺序地讲述某门功课，使学生有条不紊地获得系统的知识和技能。(3) 中小学时代的学生的人格与思想逐渐趋于定型化，这时教师对学生的人格感化、培养道德品质最为重要。

2. 班级教育的主要缺点是：(1) 班级教育的致命弱点是不能因材施教，不能适应个别差异，不能适应四个学习类型的学生。高材生早已听懂，教师仍滔滔不绝地讲授；低差生仍未听懂，而教师又不知道他们哪里不懂，难以重复。(2) 班级教育是教师主体地位和主导作用合一的，所以教学活动几乎都是由教师直接做主。在课堂上，教师不断地讲授，从而无法了解每个学生学习的结果。(3) 学生主要是接受现成的知识成果，缺乏动手动脑的机会，学生学习的主动、积极性受到一定的限制，探索性、创造性不易发挥。(4) 教师花在批改作业的低效劳动时间多，钻研业务时间少，更无时间去学习教育学和心理学的提高其教学理论水平。

3. 个别化教学(1) 设计教学：有理论有方法地企图打破班级教育的个别化教学快将一百年了。杜威认为传统教学把教育关系（师生关系）弄颠倒了，由于有人要学，所以才要有入教，教师的存在是因学生的存在而存在，教是为了学，所以学生应该是主体地位，而班级教育反而把教师作主体了；班级教育虽然可以使学生获得系统的科学知识，而这些知识都是现成的，实践性不强，学生的动手能力差。设计教学是打破班级教育的急先锋，它要打破班级教育，实行小组活动。“从做中学”，打破“课”的体系，也打破了固定的统一的课时，有长

有短。(2) 道尔顿制 道尔顿制是由美国柏克赫斯特(Parkhurst, H.H.)创立的,是个别化教学,曾在北京会文中学(26中)试验过。它彻底地否定班级教育,把班级教育看得一无是处。其主要特点是教师个别辅导学生自学。每个学生分别地从教师那里接受作业,与教师签定“工约”。然后去专业教室自学,自己钻研,有疑难则请教各作业室的教师,到期去接受教师的考核,合格后,另订新的工约。多数学科均以个人自学为主,每周只有一次或几次的集体教学。(3) 程序教学 斯金纳运用他从动物得来的“小步子”和“强化”这两条原则编写程序教材。程序教学所用的教材依序划分为细小的单位或框面(frame),因此学生可以按部就班地学习。程序教学的优点是:1) 它是由易到难、循序渐进;2) 它让学习者立即知道答案,正确的立即给予强化;3) 学生使用同样的程序教材,但学习时间的安排与进度可适合个别差异的需要;4) 以学生为主体,自定步调;5) 积极反应,频频使用正强化。程序教学的缺点是:1) 由于运用小步子、越小越好的编写原则,就形成教材繁琐冗长,难于复习和查阅;2) 企图以程序来代替教师或降低教师的作用;3) 由于每课时都自定步调,有些敏捷的学生快要学完全书,而差生还未学到三分之一,教师无法启发、小结或上复习课等,所以教师也无法起作用,教师的积极作用无法发挥。我们从1963年到1965年上半年进行程序教学试验,由于没有取得效果,成绩不如常规教学班而取消了这种试验。我搞了两年程序教学,认为它仍有一些可借鉴的地方。于是我在1965年下半年开始运用9条心理学原则来编写自学辅导教材。

三、编写自学辅导教材的九条心理学原则

(一) 适当步子

所谓适当步子,即高而可攀的步子,任何两组题的步子之间的困难程度的认知都是学习者可攀的,他们对学习过程中的每一点都自信能解决的。例如学习有理数加法的同号两数相加时,这样编写练习题:

1. 判断对错,对的打√,错的打×。

(1) $(+9)+(+3)=+(9+3)=+12$ ()

(2) $(-9)+(-3)=+(9+3)=+12$ ()

(3) $(-9)+(-3)=- (9+3)=-12$ ()

2. 填空:

(1) $(-11)+(-6)=- (11+6)=$ _____

(2) $(+11)+(+6)=+ (11+6)=$ _____

(3) $(+9)+(+14)=+ (9+14)=$ _____

(4) $(-9)+(-14)=- (9+14)=$ _____

3. 填空:

(1) $(+15)+(+75)=$ _____ = _____

(2) $(-60)+(-70)=$ _____ = _____

(3) $(-\frac{1}{5})+(-\frac{2}{5})=$ _____ = _____

(4) $(+\frac{2}{7})+(+\frac{3}{7})=$ _____ = _____

4. 计算(一步写出结果):

(1) $(-26)+(-22)=$ _____

(2) $(-3.2)+(-2.6)=$ _____

(3) $(-3) + (+2) =$

(二) 当时知道结果

每个人做一件事情总希望立刻知道对错,知道别人对自己的评估。学生的学习也无例外,特别是在考试之后,学生急于要知道对错的情绪特别明显。知道正确答案能够奖赏行为,给予并且有助于保持学习者的信心。德国著名心理学家艾宾浩斯(Ebbinghaus, H.)以首创的记忆实验研究著称于世。他是第一个用科学方法系统地研究遗忘曲线的人,遗忘曲线表明遗忘先快后慢。即是说,遗忘的进程在刚熟记之后特别快,以后便缓慢下来,在过了较长时间后,记忆材料的保持分量减少了,遗忘发展也较慢了。为了防止遗忘,在记忆后应立即组织复习。根据遗忘规律,我们认为当时知道结果(学生做完一大题或一个练习后就立刻对答案)不仅符合学生的期望,而且也能起到及时复习的作用。我们用当时知道结果而不用强化一词的原因是人是有意意识的动物,最希望知道自已的行为的结果,不象动物一定需要物质的强化。

(三) 铺垫原则

这条原则好象与适当步子很相似,但它是有其独特之处的,如推陈出新,从旧知识推出新知识。例如在学习提多项式 $ax+bx+ay+by$ 的公因式时,首先用提 $Ax+Ay$ 单项式的公因式来铺垫,指出 A 可以代表一个多项式。接着学提多项式 $x(a+b)+y(a+b)$ 的公因式。经过这样铺垫之后,学生就很容易掌握提 $ax+bx+ay+by$ 的公因式中的分组提公因式方法。即 $ax+bx+ay+by=(ax+bx)+(ay+by)=x(a+b)+y(a+b)=(a+b)(x+y)$ 。

(四) 从展开到压缩

初做一类新的运算性质的题时,要求尽量展开,写出详尽过程,随着熟悉而逐渐过渡到压缩、省略。这是一种从外部对象的动作向内部的、心理动作转化过程,也就是内化过程。如学异号两数相加时,先做这样的式子: $(+3)+(-9)=- (9-3)=$ ___。其次做这样的式子: $(-7)+(+6)=$ ___ = ___。异号两数相加熟练之后,是可进一步得出结果,即 $(+15)+(-25)=$ ___。

(五) 直接揭露本质特征

这是在教概念或编练习题时常常用到的原则,即将最常见的错误和正确的特征同时呈现,以供选择,弄懂其道理,培养判断能力。标准化题亦属于直接揭露本质特征。

判断对错,对的在()里划“√”,错的划“×”。

1. 乘方的例子:

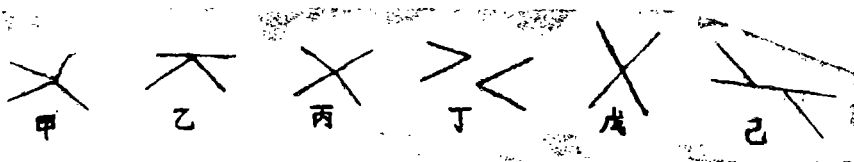
(1) $(-5)^2=25$ ()

(2) $(-5)^2=-25$ ()

(3) $-5^2=25$ ()

(4) $-5^2=-25$ ()

2. 是对顶角的,填入()内



(六) 尽量采取变式复习,避免机械性重复

教师们似乎满足于假定一个问题的逻辑分析或几何中标准图形的逻辑分析是唯一的或最好的教学方法。M·维台墨对此有反感。他曾举过这样的例子:图1是老师教的标准图形,而图2也是标准图形,作这平行四边形的高并不难。但维台墨到黑板上把图1变成图3,学生

都不会做，或把高作成图 4 的样子，所以在教学中都应尽量采取变式复习的原则。由于学生都是按标准图形来做题，对变式图形不理解，因而产生上面那些几乎令人难以相信的现象。

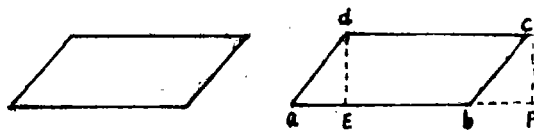
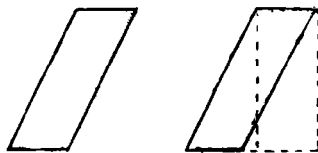


图 1

图 2



图

图 4

现举一个代数的例子：

学生在小学学分数的时候，老师就教他们，当分母为零时分数没有意义。初中学代数时，老师就教他们，当分母为零时分式没有意义，也强调分母不能为零。因此，对简单的分式题如 $\frac{1}{x(x+1)}$ ，学生都知道 $x=0$ 、 $x=-1$ 时，式子没有意义，即使犯错误也是由于粗心引起的。课本中都用这类题来复习分式中分母为零时，分式没有意义的概念。而我们采用如下繁分式题来帮助学生理解这个概念。题是这样的：

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}}}}$$

x 为何值时这个分式没有意义？

我们在 1979 年用这道繁分题在某重点中学的一个班进行测验，这道繁分题的根是：

x 为 -1 ， x 为 -2 ， x 为 $-\frac{3}{2}$ ， x 为 $-\frac{5}{3}$ ，都没有意义。学生做题的结果见表：

题结果类别	全对	x 为 $-\frac{3}{2}$	x 为 $-\frac{5}{3}$	x 为 -2	全错	合计
人数	3	1	21	1	6	43

从表中可以看出，全对的只有 3 人。他们都不考虑在这四个分母当中，只要有一分母为零，这繁分式就没有意义。

(七) 按步思维的原则

学生在解决数学问题时，常常感到不知从何着手。要解决如何着手进行思维的问题，最好就是按步思维。但这会不会形成思维的刻板性，妨碍思维的灵活性？这是要在实践中认真探讨的问题。如，我编写因式分解教材时，经常强调按步思维，即第一步：不管那项式，首先看有没有公因式；第二步：……就要看项数；第三步……。后来我用这样一道 $(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$ 分解因式题来检查我们自学辅导教学的学生思维灵活性。这是一个二项式，但

不能用二项式的公式去分解因式，而必须利用乘法公式使每一项得出结果后，再用分组分解法来分解因式。在中国人民大学附中的自学辅导实验班中，有41人做对，4人未做，1人做错。我们现在编写具有较灵活内容的教材时，采用我们首次提出的按步思维的原则以解决着手思维，同时也用多种多样的方法来防止思维的刻板性。我们的想法是：从活变死，从死变活。

(八) 运算根据外化

在初学代数的示例中也和几何一样，在运算过程中注上根据，使运算根据外化。所谓外化就是指主观的、内部的心理活动向外部活动形式的转化。当一个人想把自己的观点、愿望、理由用书面语言或口头语言向别人表达时，必须先头脑中利用表象和言语符号进行思维，从而把自己的清晰的思想以符合文法的和逻辑的、别人能理解的外部言语形式或动作表现出来，这就是外化。我们从1973年开始在代数例题中利用运算根据外化这条原则，达到演算过程中步步有根据。利用这条原则，不仅可以压缩自学教材中的语言叙述，而且还可以促进以后学生对几何的定理、例题、做题注理由的迁移。例如，在有理数大小比较的例题上运用这一原则：(1) $+8 > -9$ (正数大于一切负数)；(2) $-3 < 0$ (负数小于0)；(3) $-3 < +2$ (负数小于一切正数)；(4) $-7 < -5$ (两个负数，绝对值大的反而小)。又如，将下列式子变成省略加号的代数式。然后进行计算： $(+5.4) - \{ (+0.2) - [(-0.6) + (+0.3) - (-1.5)] \}$ (中括号内还有减法)

$$= (+5.4) - \{ (+0.2) - [(-0.6) + (+0.3) + (1.5)] \} \text{ (中括号内已变成代数式)}$$

$$= 5.4 - \{ 0.2 - [-0.6 + 0.3 + 1.5] \} \text{ (变成省略加号代数式)}$$

$$= 5.4 - \{ 0.2 + 0.6 - 0.3 - 1.5 \} \text{ (运用括号前是“-”号时的去括号法则)}$$

$$= 5.4 - 0.2 - 0.6 + 0.3 + 1.5 \text{ (运用括号前是“-”号时的去括号法则)}$$

$$= 5.4 + 0.3 + 1.5 - 0.2 - 0.6 \text{ (同号的数列在一起)}$$

$$= 7.2 - 0.8 \text{ (同号两数相加得这式)}$$

$$= 6.4 \text{ (异号两数相加得到结果)}$$

我们实验班有些老师在学生做练习时也要求学生注根据，适当地做有好处，多做则会影响学生的学习速度。

(九) 可逆性联想

联想是由一事物想到另一事物的心理过程。联想在心理活动中占有重要地位，如在回忆、推理等过程中，联想都起着重要作用。听到雷鸣，必然想到闪电；看到闪电，必然想到雷鸣。想到冬去春来，自然而然地想到万物复苏；想到万物复苏就会想到春天来临。在客观事物的变化、发展过程中，有不少现象是互逆的。这就要求人们既具有顺向思维能力，又具有逆向思维能力。

可逆性联想是数学思维的一条重要原则。在数学中，加与减，乘与除，乘方与开方，指数与对数，以及几何中原命题与逆命题（逆命题不常真）等等，都是互逆的。但是，可逆性联想的形成是不容易的，需要在教材和教法中有意识地培养。例如，有一次，有一位高中的学生忘了开平方而问我，我反问他记得乘方吗？ $25 \times 25 = ?$ 他很迅速地回答出625。我说你知道625开方的第一位数是什么吗？他说是2。第二位数是什么呢？他说是5。我叫他再用三位、四位数进行平方后再开方，他很快就回忆起了开平方的原则。不会运用可逆性联想的学生是不少的。在学习乘法公式时，有这样一道计算题 $(x+1)^2(x^2-x+1)^2$ ，在人民大学附中的实

验班中,除极个别学生外,几乎都问这道题怎样做。经了解,这些学生既不是忘了积乘方,也不是忘了乘法公式,而是不会应用可逆性联想的原故。

对于这些具有互逆性知识,只重视单向思维(顺向思维)技能的训练是很不够的,必须在顺向思维技能训练的基础上进行逆向思维的训练,进而使学生在学习时思考问题、解决问题的过程中能自觉地交替运用这一思维。

我在1959年研究平面几何教学时,就总结出可逆性联想这条思维原则,发表于《心理学报》1961年第3期中的《教学改革中促进学生掌握数学的一些心理因素》一文中。在这篇文章中我们写道:“联想可能是单向的,也可能是双向的,而双向的联想可能是差不多同时形成的,也可能是有先后的。只是单向地重复已形成的固定定型,会造成这个联想的不可逆转或难以逆转。这里所指的是对客观现实里可逆的现象而不同时教以可逆性的联想而言”的。著名的儿童发展心理学家皮亚杰把可逆性联想看作思维的核心。可逆性联想对于培养学生思维的灵活性确实是非常重要的。

我编写自学辅导教材,力求贯彻这9条有效的心理学原则和教法于教材之中,由于水平限制,贯彻得还很不够。教材共分三个本子:一是课本,这课本与普通课本的不同点就是适合自学;二是练习本,这练习本与一般练习本不同点在于,把练习题即在练习本上、留有让学生做题的空白,使位置固定,使学生做练习时老师检查作业十分方便(现在把练习题的答案附于课本之后),三是测验本,以便教师检查学生学习效果。学生一定要按照课本和练习本的指令去学习,测验本由老师掌握和保存,老师对测验本的测验要作认真的批改。

四、七条教学原则和本研究的结果

根据教育思想制定出自己教学原则:1.班集体与个别化相结合原则;2.教师辅导下学生自学为主的原则;3.启(发)、阅(读)、练(习)、知(当时知道结果)、(小)结的课堂教与学的原则;4.利用现代化手段来加强直观性原则;5.尽量采取变式复习加深理解与巩固原则;6.强动机、浓兴趣原则;7.自检与他检相结合原则。

每课时的基本模式是启、读、练、知、结。所谓启,就是由老师向全班学生进行启发,从旧知识引进新问题,设置激发学习新情境,大约5分钟左右。所谓读,就是学生以粗细精的方式阅读、理解和钻研课文。所谓练,就是学生动脑动手地在练习本上做练习,尽量做到落笔准确。所谓知,就是当时知道结果,校对答案,自我纠正错误。学生自学时老师积极巡视课堂,读、练、知大概30分钟左右。让快者快学,慢者慢学,这样可以适应个别差异,学完老师规定的进度的内容后,可阅读课外参考书,做课外的练习题;未完成老师规定的内容者,可在课后完成。所谓结,就是老师向全体学生进行小结,将本课主要内容概括地向班集体讲授,指出上课时在课堂内巡视所发现的问题,这样就变成向学生有的放矢地讲述或提出问题让大家进行讨论,小结的时间大概10分钟左右。

前后20多个年头,我们这种以学生为主体、以老师为主导的教与学的方式以及启读练知结的课堂教与学的模式,能够调动师生双方积极性,并已取得了良好的效果。

本研究从1965年起,每年都在两个学校4个班进行试验。从1980年开始扩大实验范围,以3年为一周期(从初一到初三毕业)控制试验三个周期,四个检查效果的指标是:1.学业成绩,2.自学能力成长,3.自学能力迁移,4.学科全面发展。

从1980年(届)开始,我们在七省市23个班进行自学辅导教学实验,有3个班因老师生病或领导换人而停止。

1. 学业成绩

在连续做完三年的20个班中, 学业成绩大大地优于对比班, 达到差异显著或非常显著的水平有11个班; 成绩略优于或相当于对比班水平的有8个班; 与对比班之差多次有负值并达到显著差异的只有一个班。初中升高中的数学成绩低于对比班的只有两个实验班且差异都极小。

2. 自学能力成长

本研究的主要特点是利用自学辅导教学方法来加速自学能力的成长、自学习惯的形成。有了自学能力, 无论科学技术如何突飞猛进, 知识陈旧周期如何迅速缩短, 仍能运用自学能力迎头赶上。在初一有18个班进行过自学能力成长的测验, 有17个实验班的自学能力成长都比对比班强, 其中有10个班的差异达到非常显著的水平。到了初二时再做自学能力成长的测验, 几乎都达到显著或非常显著的水平。至于用定性分析的研究, 即逐个进行实验, 看其对法则理解水平和表达能力, 也是自学辅导实验班强得多。至于自学能力成长加速到什么田地呢? 我们用高二的行列式或排列组合或复数对初二的自学辅导实验班和高一或高二的常规的教学进行自学能力成长的试验。在黑龙江省做了五个学校, 北京做了六个学校, 广东有两个学校做了两届, 贵州做了一个学校, 江苏徐州做了一个学校, 都证明了初二的自学辅导教学班在自学能力成长方面赶上了高一或高二的水平。

3. 自学能力迁移

在学习的过程中, 各门学科和各种技能之间, 或同一门学科和技能的各个不同部分之间, 存在着某种程度的彼此相互影响的现象, 而这种影响就被心理学家称之为“学习迁移问题”。学习迁移的定义就是“一种学习对另一种学习的影响”。我们研究的是利用自学的方法来促进自学能力迁移的问题。实验班和对比班在自学到将要学物理或化学之前, 用物理或化学教材进行测验。学生边自学课文边做题, 要求快而准, 时间为100分钟。在14个实验班做物理迁移实验中, 每个都比对比班强。三年级再做一次物理迁移实验, 结果亦是如此。对化学的自学能力迁移测验, 亦得到类似结果。

4. 各学科全面发展

单科试验和多学科一齐试验都各有利弊, 单科试验例如数学试验, 则数学成绩好, 不算成功, 因为很可能是加班加点, 侵占别科的学习时间而造成的。多学科一齐试验也可能各科都要加班加点, 使得学生睡眠休息时间少, 身体疲倦不堪, 甚至妨碍了青少年身心的健康。我们的自学辅导教学实验是单科试验, 所以要提出各学科全面发展作为指标。在20个自学辅导实验班中, 除天津一中学和广州一中学升高中录取率稍差于对比班外, 其余17个实验班升高中录取率都高于对比班。可见, 我们进行了自学辅导教学实验并没有降低其他学科的成绩, 甚至还可能有助长作用。81届、82届都获得类似效果。本研究在1985年获中国科学院重大科技成果奖二等奖, 从此转入研究取得自学辅导教学效果的心理因素。

五、取得自学辅导教学效果的心理因素的研究*

(一) 自学辅导教学与常规教学中注意力集中问题的比较研究(详见《教育研究》1986年第2期)

我们用录音机录下五种常听见的声音: 汽车喇叭声、鸟叫声、钢琴声、哨声、自行车铃

* 本研究是中国科学院心理研究所的重点课题, 也是全国教育科学“七五”规划教委级的重点课题。

声, 每种声音响10秒钟左右, 之间有间隔。上课10分钟后, 主试者在走廊或教室外窗下放这些录音, 这之前并不通知老师和学生, 并在下课前10分钟(即老师小结前)放完这五种声音, 音量大小都在每个学生听觉阈限之上。实验班和对比班分别进行测试。有三个学校的实验班和对比班用再认法来检查; 有三个学校的实验班和对比班用回忆法来检查。测查结果无论是用再认法来检查, 抑或用回忆法来检查, 自学辅导教学的每一个班学生的注意力都较对比班集中。由此可见, 自学辅导教学比常规课堂教学能较长时间使学生注意力集中于学习的对象上, 受外界干扰比较少。以视觉为主的学习在促使注意力集中方面, 优于以听觉为主的学习, 即长时间的听觉集中不如视觉集中效果好。

(二) 自学辅导教学与常规教学中遗忘问题的比较研究

学习是由经验引起的一种行为的变化; 记忆是学习的结果, 是行为变化的保持; 遗忘是对学过的东西不能保持或回忆, 保持和遗忘是一对矛盾的两个方面。什么叫做遗忘呢? 已经形成的暂时联系(已习得的知识 and 经验)不能再认和回忆, 或者错误地再认和回忆, 就叫做遗忘。

在73届和80届实验班学生入学经过半年、一年后进行遗忘测验, 实验班比对比班的遗忘率都小。1984年贵州省安顺地区二中经过半年进行遗忘测验, 实验班90.2分, 而对比班是79.5分。河北省定兴县南旺中学对有理数全章概念法则进行检查, 两年后实验班的遗忘率为49.3%, 而对比班为75.46%, 我们选择在初二学的平面几何内容的题检查实验班和对比班初中毕业后已经上高中而念高二学生的遗忘情况。做对多种题数是实验班(6个班)比对比班好得多, 而做题中定义与性质定理混淆的反而对比班少得多。现在再设计一个专门研究遗忘的测查, 对高二学生作更广泛的测查, 据已收到的材料看来, 自学辅导教学的遗忘率确实比常规教学低得多。

(三) 自学辅导教学与常规教学中创造性思维的比较研究(详见《教育研究》1987年第1期)

美国心理学会主席吉尔福特在1950年美国的心理学会的报告中提出了创造性思维问题。到了1959年, 他把发散思维(求异思维)和收敛思维(集中思维)看成创造思维的两个重要的组成部分。它们能从已知的信息和回忆的信息中生成新的信息。在发散思维操作中, 我们是沿着各种不同的方向去思考的, 即有时去探索新远景, 有时去追求多样性。在收敛思维时, 全部信息则仅仅只是导致一个正确的答案或一个人们认为最佳的或最合乎惯例的答案。在这两个组成部分时, 更重要的是发散思维。

在五个学校中, 做出十种以上证法的, 花园村中学的实验班与对比班之比是23.4%:10.3%; 清河中学是5%:0%; 一二三中是3.7%:3.6%; 钢院附中是11.5%:8.6%; 人大附中是40%:29.2%。做出五种以上证法的, 钢院附中和人大附中的实验班和对比班虽无差异, 但是在其它三校差异可以说非常悬殊。花园村中学实验班与对比班之比是91.2%:56%; 清河中学是57.9%:16%; 一二三中是74.1%:35.7%。至于最佳思维(收敛思维), 花园村中学的实验班与对比班之比是37:27; 清河中学是29:26; 一二三中是47:39; 钢院附中是33:26; 人大附中是45:37。以上事实说明, 自学辅导教学在培养学生的创造思维方面比传统教学更为有效。

(四) 自学辅导教学与常规教学在列式解应用题中的分析能力的比较研究(详见《教育研究》1988年第10期)

思维乃是构成人的心理和智能的最主要部分。分析能力乃是思维能力的核心能力之一,

学生在列式解应用题时,分析能力最容易表现出来,但要研究这种列式解题的分析能力,必需联系思维过程来进行心理分析。要了解问题解决的思维过程必需采用出声思维(边想边说)和事后口头报告(回忆思维过程)的方法。

在列式解应用题有三种方法和争议:第一种方法是先培养模式辨认,识别应用题的类型,即先找题型。第二种方法是先确定未知数,根据该题条件把未知数(x)与已知数的关系联系起来列方程。第三种方法是先分析等量关系,通过未知数表示哪些数将相等来列方程。

实验是用出声思维一个个地进行的。做题的时间,自学辅导教学班比常规教学班平均少3至5分钟。实验的结果:学生拿到应用题时首先想到题型的,实验班比对比班人少(1:5);先设未知数的,实验班比对比班人多(15:8);先找等量关系的,实验班与对比班差不多(20:23)。

这次研究可作如下结论:(1)在这次对一元一次应用题的普查和个别测检中所获得的效果都是自学辅导教学班优于传统教学班,这就证明了采用自学辅导法学应用题是可行,亦有利于促进分析能力的发展。(2)先找等量关系的人数大大地多于先设未知数,其方法也是前者优于后者。在有些情境下两者是交互进行的,因此不应把两者谁先谁后对立起来。(3)先找等量关系也大大地多于先找题型,其方法也是前者优于后者。在题型较明显的条件下,先找题型使列式解题较为敏捷而简便,因此不应把它们绝对化。(4)找等量关系可以应付任何新情境、分析新问题,减少盲目性地乱设未知数、乱套题型的现象,从中也培养了分析问题的能力。因此在列式解应用题中,先找等量关系、重视找等量关系是对头的,这样也有利于培养分析问题的能力。

(五)自学辅导教学与常规教学在平面几何证题中的推理能力的比较研究(《教育研究》即将发表)

平面几何是初中要求逻辑思维能力最强的学科,而推理是论证几何中的重要组成部分,在解决几何证明题时主要是推理的运用。证几何题时有两种方法,一是综合法,二是分析法。分析法较难掌握,但是掌握了它就容易从未知出发去探索充分条件。在常规教学中,这两种方法都要求掌握,而自学辅导教学能否掌握这种要求分析、推理更强的逆推法是一个问题。测验方法仍用出声思维的个别实验法。

这个研究可作如下结论:(1)从出声思维逐个研究结果看来,做题正确性和速度都是自学辅导教学班学生优于常规教学班学生,后者有不少依靠铺垫题才做对的。(2)证题过程运用逆推分析法要求思维水平较高,难于学会,学会后易于找到证明途径,自学辅导教学的学生比常规教学的学生掌握逆推理分析法较好。(3)学生如果能从问题情境中识别出符合题意的、已形成定势的题型,对正确证题有利,如果未巩固的题型对解题也是无用的,反不如提高了推理能力的证题效果好。(4)变式图形和图形交错对证题思路确实会产生消极影响,这是感知对思维的影响。在今后的教学中,在应用标准图形去证定理和例题之后,还应该应用变式图形去复习巩固,加强图形的整体与部分、合成与分解的理解与识别,可以克服这种消极影响。

此外,目前正在进行对几何图形观察力的比较研究;与中央教科所协作研究自学辅导教学与常规教学对数学兴趣形成与发展的比较研究。

六、教材中存在的问题

1. 中学数学自学辅导教材的代数第一、二册被老师、学生、家长及社会公认编得较好,

认为是一套好教材，初二教材稍为次之。初中一、二、三册代数从1965年开始到1980年推广前为止，经过个别预试、小组预试，反复预试，反复修改而成的，并经常在班上反复试验，因而符合学生认识活动特点，适宜于自学。第四册代数和平面几何一、二册都是从1980年推广后编写的，有一些老师参加编写，老师们不习惯从学生的学习过程来看结果，只根据过去教学经验而从结果推论过程来编写的，因此编写的教材就不一定符合学生认识水平，因而对学生自学会产生一些困难，但基本上还能自学，特别是学生在一、二年级时已闯过了阅读关，三年级虽然编得不太好，也能自学。

平面几何能不能自学，这是引起了普遍的怀疑，经过我们长期的实验证明能自学。几何开头难不仅是自学感到困难而且教学也感到困难我们编的平面几何比统编教材要求高很多，原因是各地对几何的补充题很多，如海淀区编的几何辅导与练习、西城区也编了一本白皮的补充题，各区都要求学生人手一册补充题，自学辅导教材编得高而多一些，老师要删减比较容易，要求老师增加就比较困难。同时我也有主观原因，我在过去读过一些心理学家用多年的时间研究平面几何教学，认为平面几何对于培养逻辑思维能力是最好的学科。我有同样的观点，在初中阶段里，平面几何确实是培养逻辑思维能力的最好学科。我经常到实验班去，问过非常多的学生，大概有90%学生喜欢平面几何而不喜欢代数，认为几何思路清楚，有意思，而代数就这样代代代就代出来了。大概有5%说代数和几何同样喜欢，有5%的学生喜欢代数。我认为要引起平面几何的学习兴趣，应该把证明题提早出现，我编的平面几何在对顶角相等就要求证明了，由于我在初中的代数的例题就开始注理由，因此容易迁移到平几的注理由去。

平几给答案是一个很有争议的问题，有些老师和家长认为不应该给答案，这样学生可以避免抄答案。自学教材没有答案怎么成呢？怎么会符合当时知道结果的原则？不自觉的学生学统编教材也可以抄同学的。思想工作最重要。我现在修改平面几何教材时，都不给全答案而给提示，以后再请大家反响如何？

2. 这套教材去年推销96万套(每套3本)，今年尚无准确数字，我们是教材教法同时改革的。按照我们的教法使用我们的教材的，大概五千多班。今年四月我们召开一次全国的研讨会，已经形成了一个联络网，每省都有联络员，并且本研究从去年开始已正式列入全国教育科学“七·五”规划教委级的重点项目，得到国家教委领导的支持，现在已有一些省或地区成立了自学辅导研究会或室，对这实验的推广更会有利了。

3. 自学教材自然要比讲授教材占篇幅多些，同时又有一练习册和一测验本，因此书价昂贵，比统编教材价钱高四、五倍。希望教委转拨一些廉价纸张来印书。

4. 本教材自己没有特殊的结构，只是根据九条心理学原则把统编教材变成自己辅导教材罢了，教材的体系就是要符合我们的班集体与个别化的教育思想体系。本教材的编写得到人民教育出版社的编辑的大力帮助和教材处的支持，特此致谢！

5. 我接到不少参加过中学辅导教学班的学生来信说，初中自学而到了高中又教起来，很不习惯，要求有高中自学教材。国家教委副主任王明达同志去年对我说，应该把数学的自学辅导教学移植到物理、化学等学科去，他在今年四月在“自学辅导全国研讨会”上又对各省约一百名代表也说应该把这种教学移植到其他学科去。现在黑龙江省教委在佳木斯市成立了一个实验学校，专门搞自学辅导教学实验的，已自编了物理、化学、生物等自学辅导教材。吉林市教育学院也编了高中一年级的中学数学自学辅导教材。成都市颜振遥编了一套初中语文自学辅导教材。