

# 幼儿百以内数概念的形成和促进\*

张梅玲 王宪钿 刘静和

(中国科学院心理研究所)

陈惠云

(中国科学院行政管理局幼教组)

## 目 的

在我们研究小组的一篇题为“儿童在数及数学上对部分与整体关系认识的发展”<sup>(1)</sup>的文章中曾提到,发展心理学不仅要研究现有的发展水平,更要在“动”中研究发展的潜力以及作为认知对象的系统结构。本研究的问题就是在这种指导思想下提出来的。

儿童数概念的研究在国际上是发展心理学较早的研究课题之一。现代在这方面也有不少研究。我国自新中国成立至1962年为止,关于学前儿童数概念的发展也进行过一定的研究,累积了不少有关资料。1979年全国九个地区对3—7岁儿童数概念和运算能力发展进行了协作研究<sup>(2)</sup>。本研究是在以往研究的基础上,进一步探索如何促进幼儿百以内数概念的形成,以更好地为开发亿万儿童的智力服务。

## 内 容 和 方 法

被试:教学开设两个实验班,一个是幼儿园中班(平均年龄5岁半),一个是幼儿园大班(平均年龄6岁半),并以同园的另一个大班为对比班,对比班不进行实验教学,但有一般教学。

教学内容:采用小学一年级算术课本第一册的大部分内容,即

- (1) 10以内数的认识;
- (2) 100以内数的认识;
- (3) 10以内的分解和组成;
- (4) 10以内的加减运算。

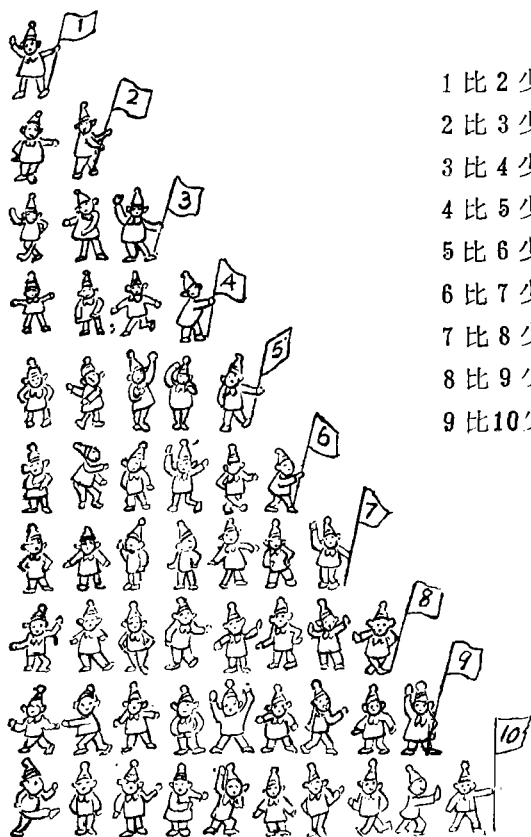
方法:课堂实验教学和个别测查相结合。数学的主导思想是以“1”为统率出发,揭示数和数学中的部分和整体关系,以促进儿童数概念的形成和思维能力的发展。

如1—10的数的认识,一次呈现,并重点突出在1—10数序中前一个数比后一个少1,后一个数比前一个数多1;“1”是自然数的最基本单位,任何数均由1组成,5是由5个1组成,结合儿童的年龄特点,把这种关系生动形象地呈现给儿童。

例:一课桃树上有十个桃,农民伯伯摘桃,一个一个地摘,树上一个比一个少,而筐里一个一个地增加(用绒布教具演示)。并以一行一行小人,形象地体现出数的内在关系。

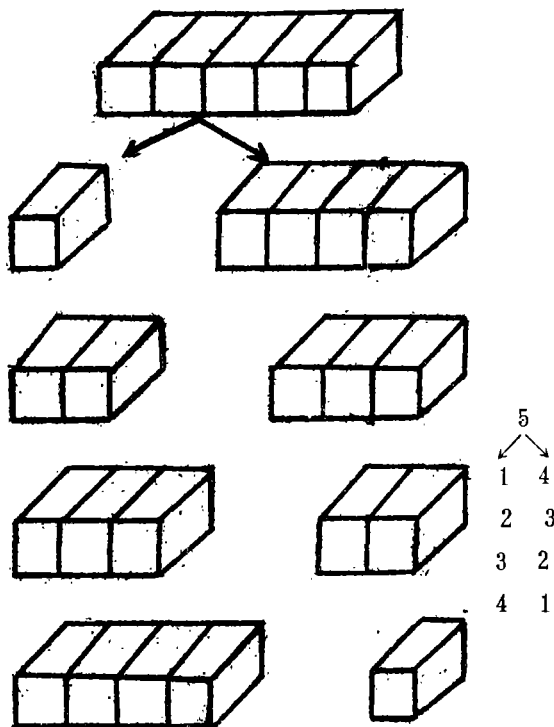
---

\* 本研究在朝阳区三里屯幼儿园和中国科学院二幼进行并得到该园领导和老师的热情支持,谨致谢意。



1 比 2 少 1, 2 比 1 多 1  
 2 比 3 少 1, 3 比 2 多 1  
 3 比 4 少 1, 4 比 3 多 1  
 4 比 5 少 1, 5 比 4 多 1  
 5 比 6 少 1, 6 比 5 多 1  
 6 比 7 少 1, 7 比 6 多 1  
 7 比 8 少 1, 8 比 7 多 1  
 8 比 9 少 1, 9 比 8 多 1  
 9 比 10 少 1, 10 比 9 多 1

又如数的分解, 让儿童懂得一个数分为两个部分数时, 整数不变, 一个部分数加几, 另一个部分数必须减去几。先从“1”开始分, 一边是“1”的递增, 一边则是“1”的递减。两个部分数是互补关系。(如右图)



在100以内数认识上，以10作为1，一个10为10，2个10是20，3个10则是30……直到10个10为100。也以形象的几何图形呈现给儿童。（例如下图）

### 整 十 数

○○○○○○○○○○○○	⑩	一个10	↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	10
○○○○○○○○○○○○	⑩	二个10		20
○○○○○○○○○○○○	⑩	三个10		30
○○○○○○○○○○○○	⑩	四个10		40
○○○○○○○○○○○○	⑩	五个10		50
○○○○○○○○○○○○	⑩	六个10		60
○○○○○○○○○○○○	⑩	七个10		70
○○○○○○○○○○○○	⑩	八个10		80
○○○○○○○○○○○○	⑩	九个10		90
○○○○○○○○○○○○	⑩	十个10		100

- 步骤：（1）教学前，在数数、认数、数的比较、相邻数的认识、数的分解和运算六个方面对儿童进行个别测查。测查的每一项目将以统一标准评定分数。
- （2）先在一个幼儿园的中班进行初步的实验教学（14节课，每节课30分钟，只做实验1、2、3项内容），在以实验所作初步小结的基础上再在一个幼儿园的大班（23节课，包括实验全部内容）进行正式实验教学，并以同园的另一大班作为对比班。
- （3）在教学中，根据实验要求，及时进行迁移能力的个别测查。
- （4）教学后立即进行测查。
- （5）教学一个月后进行延缓测查。

### 结 果

（一）教学前后测查成绩的比较：（表一 见下页）

从表一我们可以看到两个实验班在实验教学后各项测查的成绩均有较大的提高，从总平均分来看，甲班提高了29.6分（66.3-36.7），乙班由于对10以内加减及100以内数的认识这两个内容没有进行，所以成绩没有甲班好。但在原基础上也提高了17.1分（50.5-33.4）。而同实验甲班相对应的对比班，经一个月的普通教学，成绩虽也有提高，从37.2分上升到

表一

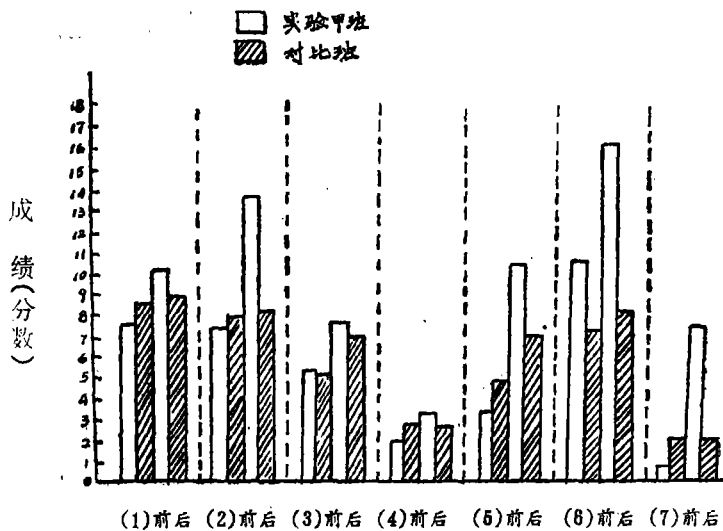
教学前后调查成绩的比较

班 别	测查项目 成绩(平均分)	数 数	认 数	数比较	相邻数	数分解	10以内加	超10加减	总平均
		(满分 10分)	(满分 14分)	(满分 8分)	(满分 3分)	(满分 13分)	减(满分 18分)	(满分 18分)	(满分 84分)
实验甲班27人*	前	7.3	7.2	5.5	1.9	3.6	10.7	0.82	36.7
	后	9.8	13.6	7.7	3	10.1	15.5	7.4	66.3
实验乙班25人	前	8.2	7.2	3.5	1.5	4	6.4	1.6	33.4
	后	9.6	12.2	7.2	2.9	7.7	7.9	2	50.5
对比班19人	前	8.1	7.7	5.4	2.4	4.6	6.9	2.1	37.2
	后	8.4	8.1	6.4	2.5	6.9	8.0	2.2	42.6

\* 实验甲班是大班, 实验乙班是中班

42.6分, 提高了5.4分, 但均不如两个实验班。

由于实验班教学中着重数的内在规律, 所以从调查项目来看, 两个实验班在认数及数分解上提高都比较大, 甲班的认数成绩从7.2分上升到13.6分, 提高了6.4分, 乙班从7.2分上升到12.2分, 提高了5分, 而对比班从7.7分上升到8.1分, 仅上升0.4分。在数分解上, 甲班从3.6分提高到10.1分, 提高了6.5分, 乙班从4分上升到7.7分, 提高了3.4分, 对比班从4.6上升到6.9, 提高了2.3分。在10以内和超10的运算上, 从实验甲班和对比班来看, 两者差异更为显著, 10以内加减, 甲班从10.7上升到15.5, 提高了4.8分而对比班从6.9上升到



图一 教学前后实验班和对比班各项调查\*

\* (1) 数数 (2) 认数 (3) 数比较 (4) 相邻数 (5) 数分解  
(6) 10以内运算 (7) 超10运算

8.0, 只提高了1.1分。特别是超10的加减运算, 两个班均没有教过, 但甲班成绩从原来0.82分上升到7.4分, 而对比班仅从2.1提高到2.2分, 几乎没有提高。

我们将表一中的实验甲班和对比班的教学前后的各项测查成绩制成图一, 可以更清楚看到在教学前的测查这两个班差异不大, 除第六项10以内加减运算外, 对比班的成绩还略高于实验甲班的成绩。但经一个月的教学实验后, 实验甲班的成绩均超过对比班的成绩, 尤其在认数、数分解及运算方面更为突出, 这充分地说明了实验甲班的教学成绩优于对比班的成绩。

(二) 迁移能力的测查成绩

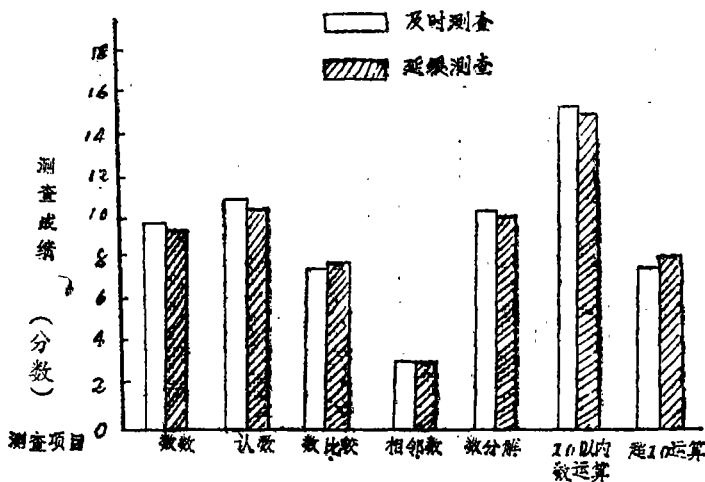
为了检查这种实验教学是否使儿童在掌握知识的同时能更好地促进学习能力的提高, 我们就以迁移能力作为一个指标。在教儿童20以内的认数和组成后, 下课后, 立即测查对32、45、60、87这四个数的认数和组成, 观察儿童能否把学到的20以内的认数规则应用到这4个没有教的数上面: 在教了2、3、4的数分解后, 也立即测查儿童能否把已知总数不变, 两个部分数的增减互补关系用到没有学过的6和10的数的分解上去, 测查的结果见表二。

表二 实验甲班迁移测查成绩

成绩(人数%) 类别	项 目 内 容	认 数				数 分 解	
		32	45	60	87	6	10
全 对		79	88	88	88	58	50
部 分 对		/	/	/	/	29	29
不 会		21	12	12	12	13	21

从表二我们可以看到, 在认数上, 有80%以上的儿童显示了迁移。在数的分解方面, 有58%儿童可以达到6的正确分解, 10的分解也有半数儿童能利用已有知识正确地解决, 如果加上部分对的人数, 可以说有80%左右的儿童能不同程度地解决新问题。

(三) 延缓测查的成绩



图二 及时测查和延缓测查的成绩比较

从图二我们可以清楚地看到，实验甲班及时测查的成绩和延缓一个月测查的成绩几乎没有差异，这可以说明实验教学的主导思想和教学方法，不仅有利于学生当时的理解和掌握，而且也有利于知识的保持，正如我们在个别测查时，有些儿童说：“这种办法好记，总是从‘1’开头，以后一边减去1，一边加上1；两个数加起来是10就可以了”；“这好记，象楼梯似的，这边一点一点少，这边一点一点多”（边说边用手指划）；“这样记我不会拉下（漏掉），总是这边加1，这边减1，直到和第一组两个数倒过来”（边说边用手做一个交叉的姿势）……

## 讨 论

### （一）5、6岁儿童学习的潜力问题

我们认为发展心理学既要研究儿童心理的现有的发展水平，更要在“动”中研究发展的潜力。本实验企图通过小学数学教学的某些内容来探讨儿童对数和数学中的部分和整体关系的认知发展过程，并在此基础上进一步探讨幼儿数概念形成和促进的条件。在揭示数的内在规律的情况下，期能在较短的时间内，使6岁左右儿童掌握小学数学第一册的大部分内容。儿童能否接受呢？这年龄儿童有没有这方面的学习潜力？实验教学的结果初步回答了这个问题。只要采用适合于这个年龄儿童心理特征的教学方式方法，儿童对这种体现数的内在规律性的知识是可以掌握的。不论在实验甲班（平均年龄6岁 $\frac{1}{2}$ ）和实验乙班（平均年龄5岁 $\frac{1}{2}$ ），教学后儿童对数数、认数、数分解和加减运算上均有较大的提高，说明了6岁左右儿童在这方面的学习是有潜力的。看不到这种潜在的能力，就会把他们的认知能力估计偏低了。在美国<sup>(3)</sup>，有些心理学家对皮亚杰提出一些不同意见，其中之一就是认为皮亚杰没有充分认识到儿童的认知能力，特别是学前儿童的认知能力。他们<sup>(4)(5)(6)</sup>有的采用了新的课题，有的修改了标准测验（皮亚杰等人所用的）或进行训练以后，可以看到学前儿童能解决许多原来认为他们不能解决的问题。例如，Gelman<sup>(7)</sup>的研究说明5岁以下的儿童已能认识到数的不变性即数目是不受物体的颜色，物体的不同空间排列的影响的。当然他们也不认为年幼儿童和年长儿童有完全同样的能力。他们只是认为过去的研究，把注意力集中于幼儿不能做什么，这个途径是不利于研究儿童发展的。在研究幼儿不能做什么之外，还需要研究他们能做什么。我们必须重视学龄前儿童的智能潜力。因为在幼儿阶段，儿童正在发育成长，智力也在迅速发展，所以学习的作用就越发突出。从我们的实验结果可以看到，5、6岁儿童在适当的教育情况下，表现出对揭示内在规律性知识的一定的接受能力及他们本身已具有的一定概括迁移能力。我们有必要注意幼儿的这种内在学习潜力。我们要发掘这种潜力，重视幼儿的早期教育。

### （二）在教学中揭示认识对象的内在规律有利于主体的认识活动

认识活动的本源是外在的物质世界。物质世界是有其内在规律的。部分和整体关系是学习数学概念及运算内容的一种内在的本质联系之一。我们所说的以“1”为统帅，这是我们对事物的看法和认识问题。我们对于数字1、2、3……的认识它是社会自然现象的抽象，这种事物的发展过程及其结果是用数字形式来表达的，可以这样讲，不论是高等数学、初级数学都只不过是事物发展用数字形式表示而已，举个例子来说，整数1，在现实生活中没有象我们理想中的1，如一个人和另一个人在现实中是绝对不等的，但我们规定众多的同类现象，抛开它们表面的差异，抽象出共同规律，于是产生数字1、2、3……但我们又将规

定的数量为“1”，如将10为“1”，5为“1”，这样可以产生分数、小数和百分数。部分与整体的关系不是绝对的，而是相对的，运动的、互相转化的。以简单的数的分解来说，7可以分解成3和4，也就是说这里我们把7作为整体“1”，这整体“1”可分为两个部分，一个是3，一个是4，这时3和4相对7来说它是部分，但3本身如果再分，又可以分成1和2，在这种情况下，3又作为整体“1”，其1和2为它的部分，同样一个3，它相对7来说它是从7分解出来的一个部分，而相对由它而分解出来的1和2来说，它本身又可作为整体“1”。在小学有加、减、乘、除的四则运算和应用题中充满了这种部分和整体的辩证关系，诸多的现象和关系，以部分和整体关系我们可以用以下六个简单公式来概括，即

$$A + B = C; C - B = A; C - A = B; A \cdot B = C; \frac{C}{A} = B; \frac{C}{B} = A.$$

在我们的教学实验中，根据这个阶段儿童的年龄特点，用生动形象的方法把数与数之间内在规律性的知识教给儿童，儿童一旦掌握了这数和数之间的内在规律就不仅学到了这方面知识，而且也发展了他们的智力，这表现在儿童初步能运用已学到的知识来解决摆在自己面前的新的课题。那些在教学前数数只能数到69或79的儿童，掌握了1—10的内在规律性知识后，在数数上也就能顺利地克服一般的“逢9难”的问题，而能很快地从10、20、30……到100。当我们问他是如何学会的，他说“70后面是80，所以79后是80”，他能通过对1—10的关系的理解来认识把10作为“1”，从10到100的关系。在超10加减法的测查中（这部分知识在课堂上没有教过），一个儿童解 $56 + 5 = ?$ 这道题时，很快得出 $56 + 5 = 61$ ，问他计算过程时，他说：“我先算 $5 + 6 = 11$ ，再把11中一个10加5个10就是6个10，是60，还有一个1，就是61。”又如在数的分解方面，儿童掌握了一个数分成两个部分，先从“1”开始，一边是“1”的递减，一边则是“1”的递增后，他就能顺利地把这规律性的知识应用到任何一个数的分解上去。一个儿童当上完课后，高兴地说：“这下我可有了办法了”当时让她解没有学过的10的数的分解（当时只学了4的分解）她很快就写出1、9；2、8；……9、1等9组分解，并高兴地说：“这特别好记，我一记就记住了”。也正如任教老师深有体会地说：“我是给了孩子们一把钥匙，让他们自己去打开知识的大门”。美国心理学家布鲁纳在论述结构的重要性时曾指出：“任何学习行为的首要目的，应该超过和不限于它可能带来的乐趣，而在于它将来为我们服务。学习不但应该把我们带往某处，而且还应该让我们日后再继续前进时更为容易。……领会基本的原理和观念，看来是通向适当‘训练迁移’的大道。……就是不但必须学习特定的事物，还必须学习那个适合于理解可能遇见的其他类似事物的模式”。<sup>(8)</sup>我们实验中所做的迁移能力测查的成绩也正说明了这一点，在教学中揭示了认识对象的内在本质联系，儿童学到了基本法则，就能由一种知识迁移到另一种，因为当他碰到新形式就看出它们仅仅是熟悉系统中的一种或它的一种变式。总之，儿童的智力是在掌握系统的科学概念和基本原理的过程中发展起来的，智力的发展又能为进一步掌握科学概念和基本原理提供基础。可以说，揭示认识对象的内在规律，有利于主体的认识活动。

## 小 结

（一）5、6岁儿童在以“1”为统率出发，揭示数和数学中部分和整体关系情况下仅用了23节课（每节课30分钟）可以学会小学一年级第一册数学教材的大部分内容，这说明5、6岁儿童有这方面的学习潜力。（下转第36页）

如果实验条件没有控制好,即使 $P < 10^{-10}$ 也不能弥补实验设计的缺陷。例如有一个研究刺激的可编码性(codability)或可命名性(namability)对“异”“同”判断的反应时间影响的实验,所用的实验材料为纯音—图形组合,纯音为100和1060赫,图形为三角和方块。实验程序是先呈现一个纯音—图形组合,再呈现另一个纯音—图形组合。要求一组被试只判断在两次呈现的纯音—图形组合中,两个纯音的异同;要求另一组被试只判断图形的异同。结果是对纯音来说, $RT_{\text{相同}} > RT_{\text{不同}}$ ,而几何图形则是 $RT_{\text{相同}} < RT_{\text{不同}}$ (在这里 $RT_{\text{相同}}$ 和 $RT_{\text{不同}}$ 分别代表作“相同”和“不同”判断的反应时间)。原作者假设纯音是不易编码的刺激,而几何图形则是容易编码的,并且经显著性考验证明,对异同判断的反应时间因实验材料(纯音或图形)不同而各异,它们的相互作用是显著的( $P < .01$ ),从而得出结论:对不易编码的材料判断异同时, $RT_{\text{相同}} > RT_{\text{不同}}$ ,而容易编码的材料则相反, $RT_{\text{相同}} < RT_{\text{不同}}$ 。在这里 $P < .01$ 能不能保证上述结论正确呢?因为两个纯音和两个图形不仅可编码性不同(姑且按原作者的意见这样说,其实这一点也是值得商榷的,因为这里只有两个纯音,一个为100赫,另一个为1060赫。两个纯音的音高是不同的,可以把100赫者称作“低音”,把1060赫者称作“高音”,其可编码性并不一定低于几何图形),它们所涉及的感觉道也不相同,两个纯音的可辨别性和两个图形的可辨别性也不尽相同。总之,这里有几个变量是混淆在一起的,可编码性、可辨别性和感觉道的不同,都可以成为判断异同的反应时间有差异的原因,为什么把这个差异只归因于可编码性呢?在这里 $P < .01$ 并不能改变实验设计中自变量混淆的情况,虽然差异非常显著( $P < .01$ ),但得出上述结论仍然是错误的。由此可见,差异显著性考验并不是包医百病的万应灵药,不能只根据它来判断一篇论文的结论是否正确。

---

(上接第34页)(二)部分与整体关系的认识过程是从感知直观到逻辑抽象的过渡,对幼儿揭示这一内在联系及促进其过渡,特别要注意教学的直观性和趣味性。

(三)儿童掌握了数与数之间的内在联系和规律,有利于知识的获得和保持。

### 参 考 文 献

(1)刘静和等:儿童在数及数学上对部分与整体关系认识的发展。《心理学报》1982年3期 (2)幼儿数概念研究协作组:国内九个地区3—7岁儿童数概念和运算能力的研究。《心理学报》1979年1期

(3) Rochel Gelman: Cognitive Development Ann. Rev. Psycho 1978

(4) Rochel Gelman: What Young Children Know about Numbers Educational Psychologist 1980. Vol. 15. No. 1. 54—68

(5) Bullock, M. Gelman, R. 1977. Numerical reasoning in young children: The ordering Principle. Child Dev. 48:427—34

(6) Carson, M. T. Abrahamson, A. 1976 Some members are more equal than others: The effect of semantic typicality on Classinclusion Performance Child Dev:47:1186—90

(7) Rochel Gelman and C. R. Gallistel: The Child's Understanding of number Copyright c©1978 P. 160.

(8) 杰罗姆·S·布鲁纳:《教育过程》上海人民出版社,1973年版, P. 17



visual-motorial control of preschool children tended to increase with age, and the accuracy of visual-motorial control of adults was much higher than that of the preschool children in the same condition; and (4) that the accuracy of motion prediction in preschool children increased with age, the 6-years-old almost reaching the level of adults. There were more deviations in the direction of underestimations in the preschool children as well as in the adults.

The formation and promotion of children's concept of number under 100

*Zhong Meilin et al*

The present experiment is a teaching and learning experiment aimed at checking the results of the authors previous experiments. It was carried out in the middle and upper classes of kindergarten by using the first book of the current arithmetic textbooks, reorganized by the authors on the basis of the principle of applying the knowledge of part-whole relationship with "1" as the underlying standard. The results obtained show that under such a knowledge structure, children of about 6 years old can grasp in general this part of knowledge within 23 lessons. This illustrates that children have a big learning potential and that once the

intrinsic relations and laws between the numbers are grasped, it will be easier for them to acquire and retain the knowledge.

*A Combination of Theoretical  
Approach with practical Research  
—A Summary of the Conference  
of DPRG in Colorado*

( June 2—5 1982 )

Meng Zhaolan

This paper outlines the Conference of the Developmental Psychological Research Group in Colorado centering on Continuities and Discontinuities in Development. The paper points out that the conference showed the research work in developmental psychology in Colorado as a good example to illustrate that the researchers paid much attention to both theoretical and practical sides, and that such style of academic study is worthy of esteem.

**编 者 的 话**

本刊由于人力有限,来稿一般不退,请自留底稿。稿件四个月不用者,可自行处理。请不要一稿两投。

五月十二日