

# 关于小学生对应用题结构认知发展的初步研究(I)<sup>1)\*</sup>

何纪全

中国科学院心理研究所,北京

## 摘要

本报告分析了小学生对应用题的框架结构、情节结构和数量关系结构方面的认知发展过程,和介绍了实验教学促进发展的情况。

## 一、目的

应用题的结构状况影响学生的解题状况。分析应用题的结构要素,以及揭露小学生对应用题结构的认知发展特点,对提高小学生解答应用题能力和发展学生数学思维能力无疑是极有意义的。

从六十年代初以来,国内对小学生解答应用题的心理过程和特点作了不少研究<sup>[1-3]</sup>。近年来,在应用题结构教学和培养思维能力的研究中,重视用部分与整体关系分析应用题的数量关系<sup>[4,5]</sup>。在苏联比较强调用部分与整体关系来解释算术概念<sup>[6-7]</sup>。但是,迄今还缺乏用部分与整体关系全面地研究小学应用题结构。

我们课题组从1979年以来,一直就儿童数学学习来探讨儿童对部分与整体关系的认知发展<sup>[8]</sup>。关于小学生应用题结构认知发展的研究,是整个课题中的一部分。

## 二、方法

实验班是辽宁省黑山县北关实验学校一、三、四年级各一个班。实验班使用由心理所与北关实验学校合作的自编教材。\*\*它是以“1”为基础标准,揭示数及数学上部分与整体关系为主线编写的。对比班是使用统编教材的北京市三所小学的二、四年级各一个班,六年级两个班。

测验在1985年6月间进行。测验题包括十一项内容(见表1)。测题经过预试。十一项测验其中两项的鉴别力 $r_b$ 为0.20—0.30,其余九项的鉴别力 $r_b$ 为0.49—0.84。整

1)本文于1987年1月13日收到。

- 参加这项实验和调查的有黑山北关实验学校陈胜开、陈亚云、陈艳茹老师,北京第二实验小学向贤娟老师,北京二里沟小学李顺利、周晓梅老师,谨此一并致谢。
- 黑山北关实验学校的实验班四年学完小学数学内容。它是1985年《现代小学数学》实验班的雏型。但新实验教材较旧实验教材在质量上有明显的提高。学制仍为五年制。

个测验的难易分布适中。

统计时按正误和智能操作水平给解答结果一个分数(原始分数),为了题目间和班级间的比较,将原始分转化为标准成绩( $Z = 50 + \frac{x - \bar{X}}{S} \times 10$ ,左任侠:《教育心理统计》)。依据分析时的不同需要兼用人数百分比,题次百分比和标准分数。

### 三、结果与分析

#### (一)一般结果

应用题结构认知测验的十一个项目,其总结果见表1。

表1 应用题结构认知测验项目成绩总表(标准成绩)

		判断是不是应用题	判断多余成分	补二个条件	结构的横向逆向变换	结构的概括	按数字编题(数量关系结构)	补问题	按数字编题(情节结构)	结构的归类	补另一个条件	结构的纵向伸缩变换	总成绩
		一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	
高年级	实验班 (四年级, N=30)	55.54	57.69 <sup>**</sup>	58.22 <sup>**</sup>	50.86	55.00	51.74 <sup>***</sup>	61.58 <sup>*</sup>	51.05	61.09 <sup>***</sup>	57.29 <sup>***</sup>	55.49	55.00 <sup>***</sup>
	对比班 (六年级, N=68)	54.99	52.32	52.68	51.85	52.74	47.66	57.21	49.19	52.84	49.56	55.14	51.51
中年级	实验班 (三年级, N=25)	52.31 <sup>*</sup>	51.72 <sup>***</sup>	55.78 <sup>***</sup>	53.47 <sup>*</sup>	51.31 <sup>***</sup>	51.98 <sup>***</sup>	47.14 <sup>***</sup>	51.32	48.17 <sup>***</sup>	54.28 <sup>***</sup>	50.41	50.28 <sup>***</sup>
	对比班 (四年级, N=32)	46.24	41.11	49.34	47.51	44.91	48.90	43.24	59.05	39.57	48.74	46.73	46.20
低年级	实验班 (一年级, N=26)	50.41 <sup>***</sup>	49.40	41.76 <sup>**</sup>	46.39	51.53 <sup>***</sup>	50.29 <sup>**</sup>	39.88 <sup>**</sup>	45.48	44.68	41.56	42.91 <sup>***</sup>	45.90 <sup>***</sup>
	对比班 (二年级, N=27)	32.81	49.91	38.39	47.63	42.50	48.44	38.02	48.28 <sup>***</sup>	47.54 <sup>*</sup>	43.51 <sup>*</sup>	41.29	42.32
难度值		0.19	0.39	0.42	0.50	0.52	0.55	0.56	0.64	0.64	0.68	0.76	

\*为  $P < 0.05$ , \*\*为  $P < 0.01$ , \*\*\*为  $P < 0.001$ 。

表1中所列十一个项目是按难度值的大小顺序排列的。按其难度值求出相对难度并归类,十一个项目划分为一、二至三、四至七、八至十、十一等五个层级。

#### 1、小学生应用题结构认知发展的一般趋势

首先,从整体上认知构成应用题的框架结构的完整性和一致性。能够按问题和条件两个特性,判断应用题完整或不完整。如第一项。

第二,在初步理解“问题—条件”、“条件—问题”之间相依关系的同时,认识简单应用题的数量关系结构,能够按问题条件的框架对问题补足相应的条件。并且,借助提取有效成分和剔除多余成分及复现隐含成分三种能力,进一步把握应用题的框架结构。如第二、三项。

第三,在进一步理解“问题—条件”、“条件—问题”之间相依关系的同时,综合多种数

量关系结构,并认识结构的横向可逆性变换,以及认识结构的概括作用。在补问题时,能够按问题条件的框架从几种数量关系结构方面进行多向发散。如第四、五、六、七项。

第四,在更进一步认识“条件—条件”之间相依关系的同时,认识数量关系结构的复合,能够按问题条件框架对同一数量关系结构的间接条件方面进行多向发散,并且能够对应用题的数量关系结构加以情节性变换,以及对结构加以归类。如第八、九、十项。

最后,认识应用题数量关系结构从简单到复合的扩展性和压缩性双向变换。如第十一项。

这五个层级显示了小学生对应用题结构认知发展的顺序性。表明儿童对应用题结构的认知发展过程服从于思维发展的一般规律,即对应用题结构特征的认知是一个从外部到内部、从具体直观到抽象概括、从结构构成到结构功能的过程。

### 2、小学生应用题结构认知发展的年级(年龄)特点

表1的总成绩表明,不论实验班或对比班,对应用题结构的认知发展随年级的升高而增长。也就是说,认知水平的发展表现出由易到难的层次性、阶段性。例如,低年级对判断是不是应用题、按问题补足两个条件、结构横向逆反变换等方面的发展较好;中年级在按条件补问题、按数字编题、结构概括和结构归类等方面有了较好的发展;高年级在十一项测验中已全部获得标准分数的好成绩,但未达到较优成绩。可见在小学阶段内对应用题结构的认知,其发展还没有完结。

### 3、不同教材体系(知识结构)影响对应用题结构的认知发展

表1的总成绩也表明,由于采用不同教材体系(知识结构),实验班的总成绩远远高于普通班成绩。其中除一年级实验班在八、九、十三项落后于普通班二年级外,在总成绩上实验班都赶上或超过普通班一至二个学年。可见教材结构对学生认知结构的发展具有极其重要的意义。

## (二)结构分析

应用题的结构成分主要有框架结构、情节结构和数量关系结构,数量关系结构是核心。

### 1、对应用题框架结构的认知发展

从判断是不是应用题的测验结果看,在低年级,70%以上的学生能够正确判断文字形式明显的应用题,表明他们已基本上认识应用题框架结构的完整性。但到中、高年级时,对于文字较多、关系复杂的题目以及含隐蔽已知数的题,还常发生错判。

判断应用题的多余成分的测验结果指出,对与题目无关的多余已知数,容易剔除;对于虽与题目无直接数量关系,但又是丰富题目的情节所必要的已知数,则比较难些;对于与题目数量关系有关但不决定运算的多余已知数,则更难判断;对于可用不同方法解题时,某个已知数有时有用,有时多余,这时只有很少的学生能根据不同情况作出判断。看来,把含有隐蔽已知数和含有多余已知数的应用题,作为考查学生对应用题框架结构认知是否稳固的一项指标。

### 2、对应用题情节结构的认知发展

测验要求被试用3和24两个数字自由编题,对编题结果只就情节成分进行分析。学生编题取材内容大体有以下八个方面:(1)取材于儿童直接生活经验方面,(2)取材于儿

童比较间接的,或集体的、社会的活动方面,(3)取材于工农业生产活动方面,(4)取材于走路、行程问题方面,(5)取材于现金交易为手段的商品购销方面,(6)取材于几何、理化知识为内容的科学计算方面,(7)取材于无运算术语的文字题方面,(8)取材于时间、年龄方面。

从年级(年龄)特点看,低年级学生编题主要取材于(1)、(2)方面,中年级增加了(3)、(4)方面。高年级学生对八个方面都有取材,但多数取材于(1)、(2)、(3)、(5)、(6)几个方面。实验班学生在(6)、(7)、(8)三个方面的取材比普通班学生为多。可见,学生对应用题情节性变换的灵活性和广泛性,与学生对生活、学习经验的数学抽象能力和具体化的能力的发展有关。

### 3、对应用题数量关系结构的认知发展

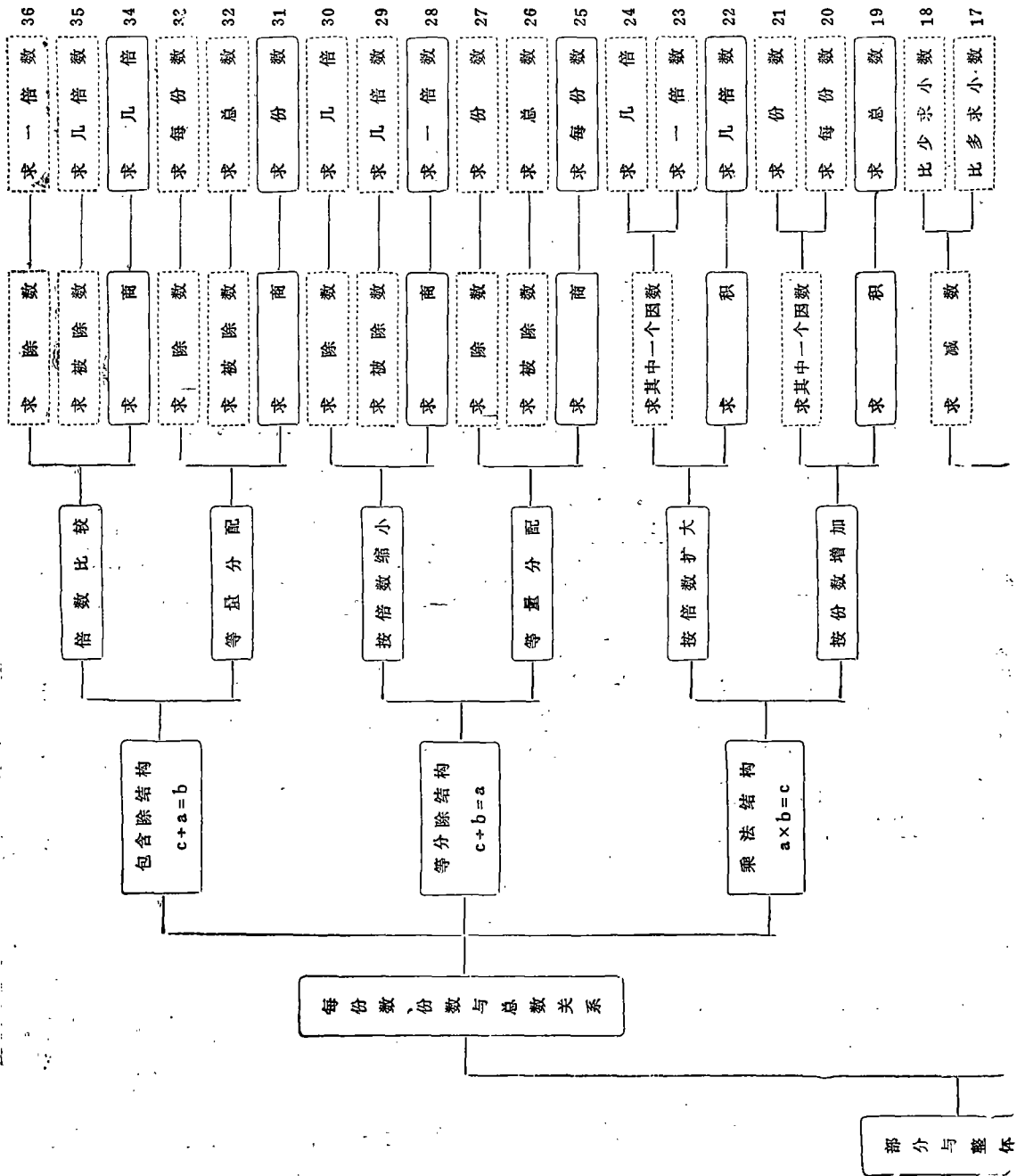
测验题要求被试按给定的两个数字自由编题。对编题结果按加法结构、减法结构、乘法结构、等分除结构、包含除结构等五种运演结构,和三十六个题型进行统计(见图1)。

结果表明,(1)从全班平均每人编题型数看,实验班四年级、三年级、一年级分别为6.83、7.44、5.58,而对比班六年级、四年级、二年级分别为3.54、4.56、4.15。可见,实验班明显多于对比班。(2)从全体被试对五种运演结构的使用概率看,加法结构为0.14,减法结构为0.17,乘法结构为0.14,等分除结构为0.09,包含除结构为0.13。似可认为,小学生对减法结构使用较好,加法结构和乘法结构次之,包含除结构又次之,等分除结构使用较少。在加法结构中,包含题型多于增加题型。在减法结构中,减少题型多于包含题型。在乘法结构中,求总数题型和求几倍数题型二者持平。在包含除结构中,等量分配求份数题型与倍数比较求几倍题型二者持平。在等分除结构中,几乎以等量分配求每份数题型占绝对优势,而倍数缩小求一倍数题型几乎没有出现。逆解题大多数出现在减法结构中的差数比较题型内和在包含除结构中的倍数比较题型内。

从总的趋势看,掌握五种运演结构情况,在年级上无多大差异。但实验班优于对比班较为明显(见表1第六项)。说明实验教学注重从一般解题模式上去概括应用题数量关系,有利于促进学生从多侧面去掌握简单应用题的数量关系,而概括化恰好是具体化的前提。

## 四、讨 论

(一)分析应用题结构是探讨学生理解和解决应用题思维过程的主要途径。我们认为框架结构、数量关系结构和情节结构是构成应用题结构的三种基本成分,其中以数量关系结构为核心。而应用题数量关系实质上是部分与整体关系。据此,我们提出了简单应用题数量关系新的结构分析图(见图1)。其中关于未知量在关系式中的位置的思想,取自M·N莫罗等的《小学数学教学法》<sup>[9]</sup>一书。从本实验结果和教学情况看来,学生掌握的题型数仅仅是36个题型中非常小的一部分,说明五种运演结构在学生思维中存在着概括的不充分性。看来,应用题的概括化的解题数量关系式作为应用题学习和存储的基本成分,在教学中应予以重视。



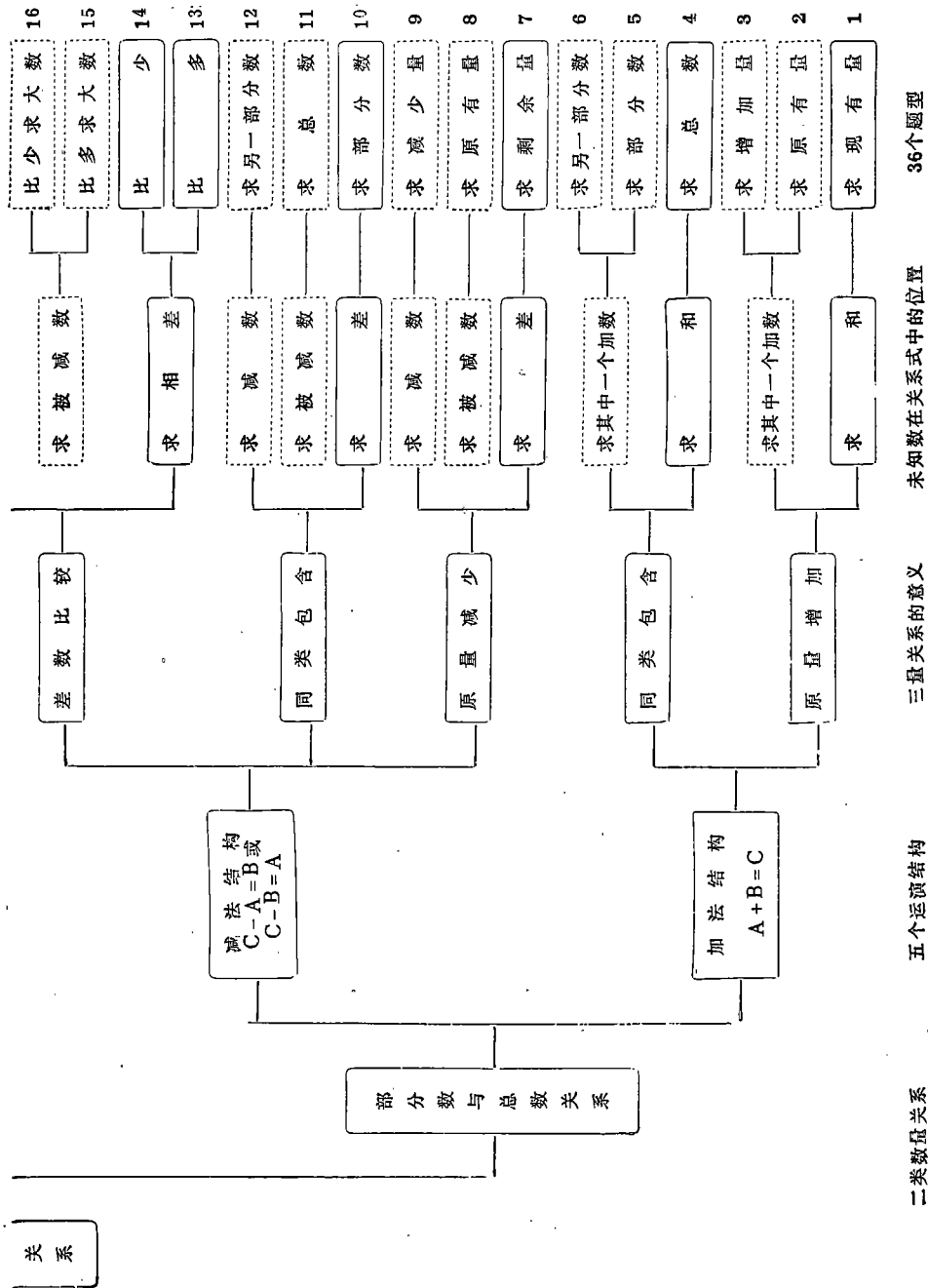


图 1 简单应用题数量关系结构分析图

1—36表示题型

(二)本实验结果表明,采用部分与整体关系的观点统一小学数学应用题的教学,实验班学生对应用题结构的认知发展,就测试成绩看,较普通班学生为好,赶上或超过高一个学年。

(三)我们课题组曾在1983年对数学教材体系(知识结构)与认知结构的关系作过初次探讨<sup>[10]</sup>,认为知识结构是塑造良好认知结构的物质前提。从本实验看来,认知的发展过程,或认知结构的建构过程,可以解释为,这个过程所显露出来的认识阶段性是主体对于知识结构的层次性的反映。这样,要提出一个好的教材体系(知识结构),既与对教材知识本身内在联系的认识程度有关,又与对儿童理解该教材知识的认识规律的了解程度有关。而后者对于如何塑造学生认知结构的步骤来说,尤为重要。

### 参 考 文 献

- [1] 朱曼殊等,心理学报,3期,164—179页,1961年。
- [2] 朱曼殊等,心理学报,4期,361—367页,1964年。
- [8] 茅于燕等,心理学报,1期,51—71页,1964年。
- [4] 肖前琰,心理科学通讯,3期,23—28页,1982年。
- [5] 胡克英等,《小学数学简论》,湖南教育出版社,1983年。
- [6] 赞可夫,《教学与发展》,杜殿坤等译,文化教育出版社,1980年。
- [7] 列乌申娜,《学前儿童初步数概念的形成》,曹筱宁等译,人民教育出版社,1982年。
- [8] 刘静和等,心理学报,3期,263—271页,1982年。
- [9] M·N莫罗等,《小学数学教学法》,王继麟等译,文化教育出版社,1983年。
- [10] 何纪全等,心理科学通讯,5期,19—25页,1983年。

## A PRELIMINARY STUDY ON THE DEVELOPMENT OF SCHOOL-CHILDREN'S COGNITION OF THE STRUCTURE OF APPLIED ARITHMETICAL PROBLEM (I)

He Ji-quan

(Institute of Psychology, Academia Sinica)

### Abstract

The structure of applied arithmetical problem is the main factor that affects its solving. The author tried to find out the thinking process of schoolchildren in solving problems of different structures. Eleven tests were made on the subjects' ability to differentiate problem structures; distinguish between necessary and unnecessary components; generalize and classify problem structures; supplement one or more missing links; correct, reorganize, expand or compress problem conditions and etc. Analysis of the developmental process of the children's cognition of the structure frame, the structure of quantitative relation and the plot structure of the problem showed that experimental teaching, which converged with the process, promoted the development of children's cognition.