

自学辅导教学实验研究的方法(一)

卢仲衡

中国科学院心理研究所

教育科学研究方法的应用依存于研究对象和任务。自学辅导教学实验的研究任务是改革传统的教材教法；把以教师为主体为主导改变以学生为主体教师为主导；把重视现成知识的传授改变为重视能力的培养（特别是自学能力的培养）；学生从学会到会学。这个研究大致分为两个战役：第一个战役是研究自学辅导教学的效果问题（单科教学实验效果的四个指标是：1、学业成绩，2、自学能力成长，3、自学能力迁移，4、学科全面发展）第二个战役是研究自学辅导教学取得效果的心理因素分析。每一个研究的思维过程可分为五个阶段：（1）问题的发现阶段，（2）预备阶段，（3）设计实验阶段，（4）正式实验阶段，（5）实验结果处理阶段。

一、自学辅导教学效果的研究

1、问题发现阶段 我们重复过欧美的程序教学，因未能取得效果而被迫停止了。我想其失败的原因是，程序教学的教材烦琐冗长，难于复习的查阅，忽视教师的作用，事实上教师也无法起作用。大家都知道的，凡能调动师生双方积极性的方法都能取得好效果。传统教学能调动教师的积极性而未能调动大部分学生的积极性；程序教学能调动学生的积极性而未能调动教师的积极性。于是我设计自学辅导教学，企图能充分调动师生双方的积极性。因而我自编的自学辅导教材，采取班集体与个别化相结合的教与学的方式：在教师指导下以学生自学为主的教与学的方法，采用启（发）、（阅）读、练（习）、知（当时知道结果）、（小）结的课堂教与学的模式。

2、预备阶段 边编写自学辅导教材边预试，而被试边想边说，观察其思维过程，从此不断修改到能自学的教材，然后选取优中差若干人合成小组进行试验，观察小组实验情况，再对教材教法进行修改，然后在班上进行正式实验。

3、设计实验阶段 自学辅导教学是否是好，教材教法怎样？就要比较来决定，即要与传统教学和程序教学等进行比较研究。因此，我设计三种实验班，一种是自学辅导教学班，一种是程序教学实验班，一种是传统教学班，三个教师都教一个传统教学班和一个实验班。这样可以减少因教师的差异而产生不同的效果。第一期的实验只想比较学业成绩和缩短学时方面，同时也想看教材在全班学生自学的情况，因此采取启、读、练、知相结合的课堂教学的模式，教师只在上课开始时启发5分钟左右学生就自学，不做小结，排除教师懂懂的可能性，在课堂上做完教师规定进度后，把学习时间记录下来后可阅读数学以外的书籍，

未学完的，在课外的时间补做完。第二期的实验是根据上述四个指标进行检查效果，采取启、读、练、知、结的课堂教学模式。

4、正式实验阶段 第一期第一次正式开始实验是1966年初在北京市女六中和西四中学进行，实验班老师除启发5分钟左右外，要积极巡视课堂，了解自学情况，检查作业，个别辅导，解疑等。第二次正式实验是1973至1974年在人大附中和北京三中进行的。第二期实验是扩大推广实验，从1980年秋开始在七省市23个班优、中、差各类学校的初中一年级到三年级学生，连续试验三年。两期实验都以自然实验法为主，实验室实验法等实验法作补充，以定量分析为主，以定性分析为辅。

5、实验结果处理阶段 第一期第一次实验的结果，自学辅导教学班学业成绩与传统教学班相似，而学习时间缩短了四分之一以上。但是自学辅导教学班的学业成绩比程序教学班高5分以上，差异达到显著水平，学习时间也是前者比后者为短。从此，我决定不做程序教学而继续发展自学辅导教学了。第二次实验的结果，有三个实验班比其对比班高10分以上，有一个实验班比其对比班高6分左右，其差异达到显著或非常显著水平。学习时间缩短三分之一以上。自学能力成长测验的做对题数是43.1：30.3，政治、语文、数学、外语的分数都高于对比班，达到学科全面发展的指标，即是说，不是因为数学试验而影响了其他学科的学习。经过半年的遗忘追踪测验，自学辅导教学比传统教学遗忘较慢。

第二期实验是扩大推广实验。自然实验法不是很严密的科学方法，影响实验班和对比班效果的因素很多，难于全部控制起来，但是所做的实验班很多，时间很长，所得的结果就比较可靠，趋于准确了。这里只述1980年秋开始的23个班连续三年的实验结果（只有20个班做完三年，有三个班的教师或领导调动而中途停止的）。（1）学业成绩：在完成三年的实验的20个班中，学业成绩大大地优于对比班，达到显著或非常显著的有11个班，成绩略优于或相当于对比班水平的有8个班。初中升高中的数学成绩低于对比班的只有两个班且差异都很小。（2）自学能力成长：本研究的主要特点是利用自学辅导教学的方法来加速自学能力成长、自学习惯的形成。无论是初一下学期或初二、初三年级，凡是进行过自学能力成长的对比测验的，都是实验班的分数高得多，做对题数多得多，为了验证定量分析材料是否可靠，我们还进行定性分析研究。定性分析是利用出声思维的个别实验法，这种方法有利于了解学生的思维过程，认识事物的本质。我们在四个学校选取优、中、差学生各一名逐个进行试验，试验结果见表1。

表1 法则理解水平和表达能力水平的比较

班别	看书平均时间	做题平均时间	对法则理解深刻并表达清楚的人数	对法则理解一般并表达基本清楚的人数	对法则理解基本有困难并表达不清楚的人数	提示总次数
实验班	3'50''	23'10''	12	9	3	19
对比班	4'20''	23'	4	7	13	25

（3）自学能力迁移：凡做过物理化学迁移实验的，都是实验班学生对比班强，有半数达到差异显著或非常显著的水平。有一个实验班例外，在一年级第二学期末时进行物理迁移实验时实验班不如对比班，但到了三年再试验，实验班就优于对比班了。自学能力成长和迁移（自学能力成长是同科的迁移）是自学辅导教学研究的核心，在这方面，的确比传统教学强多了。（4）各学科全面发展：有20个班学完了三年，在升高中考试中，除开两

个实验班的多数学科不如对比班外,其余18个实验班的多数学科都比对比班好。可见,做单科的数学自学辅导教学实验并不影响其他学科的学习时间和成绩。

采用自学辅导教学法对于自学能力成长无例外地优于对比班,但增长的速度或缩短的时间达到什么地步呢?我们利用高中二年级的排列组合、行列式或复数等数学内容对初二的自学辅导教学班和高一传统教学班进行测试。在黑龙江做了5个初二的自学辅导教学班和高一传统教学班;在北京做了6个初二自学辅导班和高一传统教学班;在广东四会中学继续做了两届,都证实了利用自学辅导教学的初二班的自学能力赶上了传统教学的高中一年级学生了。广东石狗中学、贵阳九中和徐州的中学用同样的方法,初二的自辅教学班比高一的传统教学班的自学能力强多了。由此可见,采用自学辅导教学的方法比传统的教学方法对于自学能力成长大大地缩短了时间。

二、取得自学辅导教学效果的心理学因素分析的研究

(一) 自学辅导教学与常规教学对于注意力集中的比较研究

1、问题发现 我经常到学校里看自学辅导教学实验课,有些老师对我说,学生自学时注意力很集中,这样讲并不具体。有一次,我到北京理工大学附中看课。黄雅丽老师对我说:学校后面建大楼,每天都有几次搬运建筑材料的汽车从课室后面经过。以前,当我教课时,在汽车经过时,学生老回转头来看汽车,现在搞自学辅导教学,当汽车经过时,没有一个学生回头看汽车了,都在看书做练习,注意力可集中啦!这就是具体问题的提出。

2、预备阶段 我带着这问题到各实验班观察学生自学时注意力是否集中。有一次我到人大附中去实验班自学情况。这节课后面是操场,旁边有条小马路,有时能听到操场传来上体育课的哨声和汽车过马路声。我逐个问了7个学生有没有听到这两种声音。头四个都说没有听到,第5个说听到汽车过马路的声音,当问到第6、第7个学生时,他们都很不高兴地说:我正在集中注意力阅读课文和做练习,哪有心思去听外边的声音呀!”这是一个预试。

3、设计实验阶段 用录音机录下五种常见的声音:汽车喇叭声、鸟叫声、钢琴声、哨声、自行车铃声。音量的大小都在每个学生听觉阈限之上。对实验班和对比班分别进行测试。有三个学校的实验班和对比班用再认法来检查;有三个学校的实验班和对比班用回忆法来检查。再认法的指示语是:“刚才上课时,你是否听到课室外的声音,如果听见了,请在下列声音中找出你听见的声音,并在该声音旁边画‘√’;如果没有听见的,就不要划了,划时一定要实事求是”(一共列出了包括录音机中五种声音在内的十六种声音)。回忆法的指示语是:“刚才上课时你是否听到课室外的声音,如果听到了,就请你把听到的声音写出来;如果没有听见就不要写。写时一定要实事求是”。如果学生划出或写出播出的五种声音以外的声音就算没有听到声音,另作统计。

4、正式实验阶段 实验班都是按照启、读、练、知、结的课堂教学模式进行的,启发和小结是由老师向班集体进行的,因此在上课10分钟后,主试者在走廊或教室外窗下放这五个录音,在这之前并不通知老师和学生,并在下课前10分钟(即老师小结前)放完这录音,音量大小都在每个学生听觉阈限之上。实验班和对比班分别进行测试。无论是用再

认法或回忆法都是在下课前3分钟把测验卷发下去叫学生填写。每种班都是采取同一的做法。

5、实验结果处理阶段 无论是采用再认法抑或回忆法测验的结果,都是实验班优于对比班,特别是利用再认法的测验结果,三个学校的实验班与对比班差异都达到显著或非常显著的水平。为什么会有这么大的差异呢?这只能从自学辅导教学和常规课堂教学这两种教学的方式方法的差异去寻找。

第一,自学辅导教学的学生为主体,教材根据适当步子编写而能自学,学生积极反应,从而容易调动学生学习积极性,形成学生自学的兴趣与爱好,有了兴趣与爱好,注意力就容易集中起来。第二,两种分析器上的注意力分配要比一种分析器的注意力分配容易。因此,来自同一分析器对注意稳定性的干扰要比不同分析器的干扰大。在自学辅导教学中,学生学习过程以视-动分析器活动为主,外界声音是由听分析器传入,注意力分配比较容易,受干扰少;常规教学班是以教师讲授为主,学生学习过程以听觉分析器为主,外界声音也是由听觉分析器传入,注意力分配困难,受干扰大。第三,自学辅导教学采用“启读练知结”相结合的课堂教学模式,学生在课堂上有30分钟左右的时间自己阅读、钻研教材,自己做练习、对答案,做到眼、耳、口、手、脑并用。在这种情况下,从不同分析器传入的信息到达大脑皮层不同投射区,引起皮层各区兴奋抑制不断转换,使皮层的兴奋中心始终存在并不断加强。能使人对注意的对象(学习内容)上不易分心而集中注意于学习内容上。反之,常规教学以老师讲课为主,学生光靠耳朵去听。这种学习方式比较被动而单调,信息传入听觉投射区,扩散到协同作用的区域,听觉区经常处于兴奋状态,容易产生疲劳,容易分心去注意学习内容以外的其它东西了。以视觉为主的学习对于促使注意力集中、优于以听觉为主的学习,即长时间的听觉集中不如视觉集中效果好。

(二) 自学辅导教学与常规教学在列式解应用题中的分析能力的比较研究

1、问题发现阶段 在列方程解应用题有三种方法和争议:第一种方法是先培养模式辨认,识别应用题的类型,即先找题型;第二种方法是确定未知数,根据该题条件把未知数(x)与已知的关系联系起来列方程;第三种方法是先分析等量关系,通过未知数表示哪些数将相等来列方程。我主编的《中学数学自学辅导教材》着重于第三种方法。现在我们来比较研究自学辅导教学法和常规教学法用上述三种解应用题的方法,企图从中找出较优的方法,同时也企图解决人们怀疑采用自学辅导教学法能否学好应用题的问题。

2、预备阶段 选定四个学校的自学辅导教学班和常规教学班刚学完一元一次应用题后进行一次应用知识的普查,其目的主要不是比较这两种班所取得的效果,而是从中找出两种班的对等的优中差各3名学生来进行个别测验(这些优中差学生还要参照平常成绩并与老师商讨决定)。在已找到许多题型不明显、等量关系不明显和要设直接和间接未知数的题以供设计时选用。也个别地进行过预试。

3、设计实验阶段 为了要比较实验班和对比班的学生们的解题思维过程和思维能力,除采用出声思维以便了解思维过程外,还把原题用铺垫方法,逐渐降低难度,给予更多的已知条件。第一道题的题型不明显,即工程和追及混合题,看看被试是否一开始就找题型;第二道题的等量关系不明显,看看被试是否一开始就找等量关系;第三道题要求被试一定要设一种间接未知数并要求两种解法,看看被试是否会设间接未知数和多种解法。

第一题的原题：有一块土地，重型拖拉机耕6小时所耕的数量与轻型拖拉机10小时所耕的数量相等，现在轻型拖拉机耕了4小时后重型拖拉机才开始耕，问再过几小时重型与轻型拖拉机所耕的数量相等。

这题很容易被错认为是单一的工程问题。

铺垫题一：有一块土地，重型拖拉机一小时能耕 $\frac{1}{6}$ ，轻型拖拉机一小时能耕 $\frac{1}{10}$ ，现在轻型拖拉机耕4小时后，重型拖拉机才开始耕，问再过几小时重型、轻型拖拉机耕地的数量相等。

铺垫题二：有一块土地，重型拖拉机一小时能耕 $\frac{1}{6}$ ，轻型拖拉机一小时能耕 $\frac{1}{10}$ ，现在轻型拖拉机4小时后，重型拖拉机才开始耕，经过 x 小时，重型拖拉机与轻型拖拉机耕地数量相等，则轻型拖拉机一共用了 $(x+4)$ 小时，请你找出等量关系，列方程。

第二题的原题，两缸水原来盛有不同量的水，如从第一缸提出一桶水，倒入第二缸，则两缸水所盛的水量相等。如从第二缸提出20桶水，倒入第一缸，则第一缸所盛的水量为第二缸的3倍。问第一缸原来盛多少桶水？

铺垫题一：有两缸水，第一缸有 x 桶水，第二缸有 $(x-2)$ 桶水，如从第二缸提出20桶水倒入第一缸，则第一缸所盛的水量为第二缸的3倍，问第一缸原来盛多少桶水？

铺垫题二：有两缸水，第一缸有 x 桶水，第二缸有 $(x-2)$ 桶水，如从第二缸提出20桶水，倒入第一缸，则第一缸变成了多少桶水？第二缸剩多少桶水？如果现在第一缸所盛的水量为第二缸的3倍，问第一缸原来盛多少桶水？

第三题的原题：两辆小汽车从颐和园开往北京飞机场。第一辆小汽车的速度是每小时40里，开出半小时以后，第二辆小汽车也从颐和园开出，它的速度是每小时50里，结果两车同时到达飞机场。求颐和园和飞机场之间的距离。

铺垫题一：两辆小汽车从颐和园开往北京飞机场，第一辆小汽车的速度是每小时40里，开出半小时后，第二辆小汽车也从颐和园开出，它的速度是每小时50里，结果两车同时到达飞机场，问第一辆汽车比第二辆多用多少小时？颐和园到飞机场之间的距离是多少？

铺垫题二：若设颐和园到飞机场之间的距离为 x 里，那么第一辆小汽车以每小时40里的速度先开出半小时后，第二辆小汽车以每小时50里的速度开出，结果两车同时到达，第一辆行驶的时间为 $\frac{x}{40}$ ，第二辆行驶的时间为 $\frac{x}{50}$ ，问颐和园到飞机场的距离是多少？

用铺垫题来作启发要比主试者中途提示要科学一些

4、正式实验阶段 测验是个别进行的。被试拿到题后，就高声朗读题目，要求在解题时出声思维，边想边说地把思维过程外显，主试者详细记录下被试边想边说材料，并以录音机作为辅助记录。每题列式时间6分钟，列不对而时间到了就给铺垫题一，如果在2分钟内列对铺垫题一，即再列原题式子，如果铺垫题一仍列式不对而时间到了，即出示铺垫题二，2分钟内列对铺垫题二，再列原题式子，铺垫题二都不会列式就要开始转入第二题了。第二、三题的做法都和第一题一样。三道题目做完后，即问他们首先想题型，抑或先设未知数，抑或先找等量关系，以及提问一些在自我口述中有怀疑的问题，以此作为边想边说的口述材料的补充。

实验开始时，由一个主试者宣读说明语：“今天请你来做一些应用题，想题时要边想边说，不要想好了才说，说得越详细越好，说错了不要紧，可以改正。听明白了吗？现在开始出声读题”。在学生缄默不言时，可以问他困难在哪里，引出他的言语来，甚至可以

提示,但要把提示内容记录下来,以便于分析。共进行了四个学校,实验班和对比班各4个班,每班优中差各3人。两个主试,一个观察学生想题做题,一个记录其口述,做完之后有不清楚的,令其追忆思维过程,嘱其出去不要对任何人说。

5、实验结果处理阶段 从逐个地边想边说的四个学校的实验班和对比班优中差学生各36人的做题结果看来,实验班与对比班在第一题中原题做对者是20:11,铺垫题一做对者是7:14,铺垫题二做对者是1:3,原题和铺垫题全不会做者是8:8;在第二题中原题做对者是15:7,铺垫题一做对者是12:21,铺垫题二做对者5:1,原题和铺垫题全不会做者是4:7,在第三题中原题做对者29:30,铺垫题一做对者1:0,铺垫题二做对者0:1,原题和铺垫题全不会做者6:5,这就足以证明采用自学辅导法教应用题是可行的。

关于列式解应用题时先找题型、抑或先设未知数、抑或先找等量关系的问题,试验结果可作如下的结论:(1)先找等量关系也大大地多于先找题型,其方法也是前优于后者。在题型较明显的条件下,先找题型使列式解题较为敏捷而简便,因此不应把它们绝对化。

(2)先找等量关系的人数大大地多于先设未知数,其方法也是前者优于后者。在有些情境下两者是交互进行的,因此不应把两者谁先谁后对立起来。

(3)找等量关系可以应付任何新情境,分析新问题,减少盲目地乱设未知数、乱套题型的现象,从中也培养了分析问题的能力。因此在列式解应用题中,先找等量关系、重视找等量关系是对头的。这是有利于培养分析问题的能力。

(三) 自学辅导教学与常规教学在平面几何证题中的推理能力的比较研究

1、问题发现阶段 平面几何是一门令人轻而生畏的学科,要求逻辑思维能力非常强,特别是推理能力。解决问题,在一定意义上是推理的运用,也就是说,运用推理解决问题。在思维心理学的研究中,比较有成效的就算是问题解决的研究了。平面几何被一些教育工作者认为教都教不会,还能自学吗?这个疑问经过两周期的自学辅导教学实验不仅否定了,而且这种方法对于发展创造性思维更为有利。我们利用平面几何来研究创造性思维时,在五个学校中,每个学校的自学辅导教学班学生都比常规教学班平均多做两三种证法,即发散思维较好,而最佳思维,即收敛思维也是自学辅导教学班较好。因而可以说培养创造思维能力较好。

但是这两种班在证题的详细推理过程还未比较过,本研究用出声思维方法来探索它。在证题时,有时应用逆推法从求证出发推到已知,这种方法又称为分析法,分析法从未知出发去搜索充分条件;有时应用顺推法从已知出发推到求证,这种方法又称综合法,综合法从已知出发去搜索必要条件。这两种方法在常规教学上都要求学生学会,自学辅导教学的学生是否都能学会是一个问题。几何推理过程还依赖于图形辨认,而自学辅导教学和常规教学的学生从一些复杂图形中分辨出所包含的简单图形和它们的变式图形问题,从未详细比较研究过。

2、预备阶段 选定三个学校四个实验班和四个对比班刚学过了平行四边形之后进行这两种班学生对平面几何知识的普查,从中找出两种班的对等的优中差各3名学生来进行个别测验(这些优中差学生还要参照平常成绩与老师商讨来决定)。我们先用一道画图不准确的题来进行预试,看看图形知觉对思维影响到什么地步。题目:已知,如图,过A作AP

$\perp BC$,

$BP=CP$, $\angle ABC=45^\circ$; 直线MN
经过点A, $BD \perp MN$, $CE \perp MN$,
垂足分别为D、E.

求证: $BD=AE$.

被试者用出声思维的方法去证题, 在证到 $AB=AC$ 的时候, 再证 $Rt\triangle AEC$ 和 $Rt\triangle ADB$ 全等来找 $BD=AE$ 时, 老想找 $\angle CAE = \angle BAD$. 如按问题条件来搜索, 这两个角不可能相等, 但就图形看起来似乎相

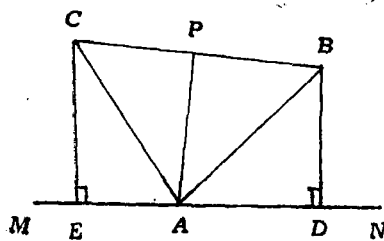


图1

等, 我们也提示他再读题、看清问题条件, 他还是这样找这两个角相等而不去找这两个角互为余角, 不去想 $\angle BAD$ 与 $\angle ACE$ 互为余角. 也有一些学生把 $CEDB$ 看作平行四边形, 已知 $\angle E$ 和 $\angle D$ 都是直角, 所以 $\angle ECB$ 和 $\angle DBC$ 也是直角, 而 $\angle ABP = \angle ACP = 45^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle ABD$. 预试做了六个同学, 多数都是看这不准确的图来找条件而不认真按已知条件去搜索隐蔽条件的. 由此可见, 图形的准确与否对于正确思维极为重要的, 这是感知对思维的影响. 这个预试对设计正式实验给予很大帮助.

3、设计实验阶段 为要比较自学辅导教学和常规教学学生证题的推理过程, 只好采用出声思维来记录其口语的办法, 同时还配以铺垫题以补出声思维的不足. 实验是逐个进行的. 共做两道几何题, 分别在不同的时间做的, 这样可以在做完一道题后令他追忆推理过程时, 不致全部遗忘, 以补口语的不足.

第一题的原题:

已知: 如图2, 过A作 $AP \perp BC$, $BP=CP$, $\angle ABC=45^\circ$, 直线MN经过点A, $BD \perp MN$, $CE \perp MN$, 垂足分别为D、E.

求证: $BD=AE$

铺垫题一 (图3)

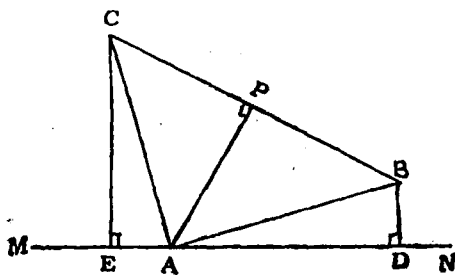


图2

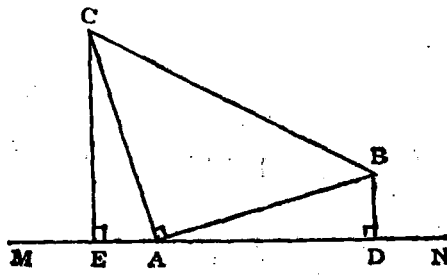


图3

已知: 如图, $\angle ACB = \angle ABC = 45^\circ$, 直线MN经过点A, $BD \perp MN$, $CE \perp MN$, 垂足分别为D、E.

求证: $BD=AE$.

铺垫题二 (图同图3):

已知: 如图, $\angle BAC = \text{Rt}\angle$, $AB=AC$, 直线MN经过点A, $BD \perp MN$, $CE \perp MN$,

垂足分别为D、E。

求证：BD=AE。

铺垫题三（图同图3）：

已知：∠BAC=Rt∠，AB=AC，直线MN经过点A，BD⊥MN，CE⊥MN，垂足分别为D、E，∠EAC+∠BAD=90°，∠ABD+∠BAD=90°。

求证：BD=AE；

第二题原题（图4）：

已知：如图、直线MN经过四边形ABCD顶点A，对角线BD、CA相交于点O，BE⊥MN，CF⊥MN，DG⊥MN，垂足分别是E、F、G。

求证：CF=BE+DG。

铺垫题一（图5）：

已知：如图，直线MN经过四边形ABCD顶点A，对角线BD、CA相交于点O，BE⊥MN，OP⊥MN，CF⊥MN，DG⊥MN，垂足分别是E、P、F、G。

求证：CF=BE+DG。

铺垫题二（图同图5）：

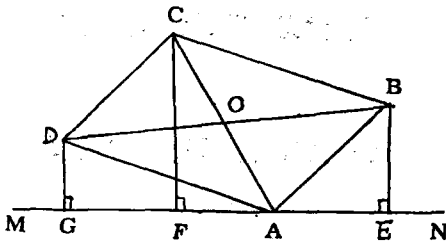


图4

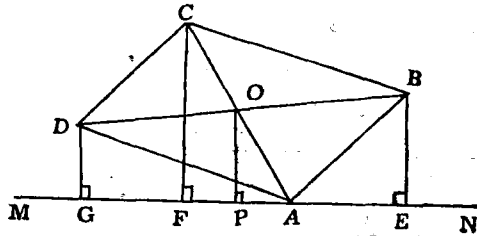


图5

已知：如图，直线MN经过四边形ABCD顶点A，AO=OC，BO=OD，BE⊥MN，OP⊥MN，CF⊥MN，DG⊥MN，垂足分别是E、P、F、G。

求证：CF=BE+DG。

铺垫题三（图同图5）：

已知：如图，直线MN经过四边形ABCD顶点A，OP既是△ACF的中位线，也是梯形EBDG的中位线。

求证：CF=BE+DG。

4、正式实验阶段：第一、二题测验的被试相同测验时间不同，都是个别进行。被试拿到题后，就对着图出声读题，这样使思维外显，记录其口语材料。原题可想10分钟，铺垫题各想5分钟，实验开始时，由主试宣读说明语：“今天请你来做一道几何题，想题要边想边说，不要想好了才说，说得越详细越好，说错了不要紧，可以改正。听明白了吗？现在开始对着图出声读题。”在学生缄默不言时，可以问他困难在哪里，引出他的语言来，

在他用笔点着图形的那些地方而主试认为有意义的，也就把它记录下来，以便于在结束时令被试追忆，有不清楚的地方请他重述一下，并嘱其出去后不要对任何人说做什么题。

在实验过程中，我们发现有些学生把原图倒转 90° 来看，这是想找三角形或梯形的标准图形（原图的 $\triangle ACF$ 和梯形 $BDGE$ 都是变式图形），于是我们把这种找标准图形的人次记录下来，甚至有些学生冥思苦想都想不出来的学生，我们把图形翻成标准图形让他看，以作为暗示。

5、实验结果处理阶段 现以北京五十六中的自学辅导教学班和常规教学班的优中差学生各9人的几何题的个别测验为例，做题结果和做题速度见表2。

表2 北京56中实验班与对比班证题结果比较表

题 别	第 一 题		第 二 题	
	实验班 (9人)	对比班 (9人)	实验班 (9人)	对比班 (9人)
原题做对	7	5	2	3
铺垫一做对	—	3	4	—
铺垫二做对	2	—	1	3
铺垫三做对	—	1	2	1
不会做	—	—	—	2
证题平均时间(分钟)	9'	9.7'	15.5'	17.1'

从表2可以看见，对初二学生来说，无论是中等难度的几何题（第一题）抑或最为困难的几何题（第二题），无论是做对题数抑或是证题的速度都是自学辅导教学实验班优于常规教学班，特别值得注意的是，在第二题中，常规教学班经过三次铺垫题而仍不会做者有2人（占 $2/9$ ）。

表3 北京第56中实验班和对比班运用逆推法和作辅助线证明的比较表

类 别	推理方法（第一题）		作辅助线问题（第二题）		
	分析法	综合法	正确作辅助线的	不正确作辅助线的	没有想过作辅助线的
实验班(9人)	8	1	5	0	4
对比班(9人)	6	3	3	2	4

分析法比综合法难，分析法要求思维水平较高，但分析法较易找到正确的证题途径。从表3可以看见，自学辅导教学班比常规教学班掌握分析法的人数多些。添辅助线反映分析推理水平，也是实验班做对人数多。

在11学校的对比班学过人民教育出版社教材这样一道非常类似的题:

从四边形ABCD的顶点A、B、C、D向形外的任意直线MN引垂线AA'、BB'、CC'、DD'，垂足是A'、B'、C'、D'。

求证: $AA' + CC' = BB' + DD'$ (图6)。

图6题和图4题几乎完全相同,其不同者就是图6题的平行四边形的顶点A在直线MN外的,而图4题的顶点A在直线MN上的。图6题要作辅助线OP作为两个变式梯形的中位线来证明所求证的线段相等。而图4题要作

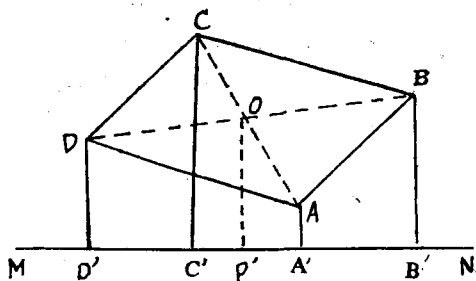


图6

辅助线OP作为变式的梯形和变式的三角形的中位线来证明所求证的线段相等。现将11学校的实验班和对比班做图4题结果进行比较。

表4 北京11学校实验班和对比班证题结果比较表

题 别	原 题	铺垫题一	铺垫题二	铺垫题三	做题速度 (分钟)
实验班 (9人)	1	3	1	4	18'
对比班 (9人)	4	—	—	5	12.6'

从表4可以看见,实验班做对原题1人而对比班4人。原因是图4题和图6题都要作辅助线OP来找所要求证的线段相等,这条比较隐蔽的辅助线对比班已形成定势,因而做对原题较多。但是在铺垫题(图5)中,OP的辅助线已给出了,对实验班学生很有用,有4人做对,而对对比班一个人都没有,另外的原因多数是在图形交错中找不出变式的梯形的变式的三角形来,从而不会证的。铺垫题三的题中已给出梯形和三角形,所以对比班有5人做对了。从此可以看见,做过类似的题型对证题正确率和速度(12.6':18')的确有些好处,但是对于提高分析推理能力最为重要。在这题中,实验班学生从未见过这类题型,总的证题结果各有高低。多熟悉一些题型固然重要,但多提高一些推理能力更为重要的,二者虽然不是对立,但要看看谁花时间多谁省时多来决定。题海战术就是做题多、题型多、花时间多,是否是最好的方法,应加以认真研究。

现在让我举一些被试的口语记录以作为本文的结束。

实验班良等学生蔡××对着图2出声读题后说:我先证 $\triangle CPA$ 和 $\triangle BPA$ 全等,可以得到 $AC=AB$,

∵在 $\triangle CPA$ 和 $\triangle BPA$ 中, $CP=BP$, $\angle CPA=\angle BPA$, $PA=PA$.

∴ $\triangle CPA \cong \triangle BPA$ (SAS) . ∴ $AC=AB$.

∴ $\angle ABP=\angle ACP=45^\circ$. ∴ $\angle CAB=90^\circ$.

接下去,我再证 $\triangle CEA$ 和 $\triangle ADB$ 全等,就可以得到 $AE=BD$ 了.

∵根据平角定义可以得到 $\angle CAE+\angle BAD=90^\circ$.

嗯……(苦苦思索,感到无从下手).

噢! ∵ $CE \perp MN$, ∴ $\angle CEA=90^\circ$.

∴ $\angle CAE+\angle ACE=90^\circ$ (Rt \triangle 中两锐互余).

$\therefore \angle BAD = \angle ACE$. 又 $\because \angle CEA = \angle ADB = \text{Rt}\angle$,

$\therefore \triangle CEA \cong \triangle ADB$ (AAS). $\therefore AE = BD$.

她用顺推法(综合法)来证题的.

做完后,主试要求被试追忆她做题过程说:“我早就想到了 $\angle CAE + \angle BAD = 90^\circ$,但没有联系 $\text{Rt}\triangle CAE$ 中的 $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$,所以就做不下去.

实验班中等学生范×对着图2出声读题后说(用逆推法),题目要证 $AE = BD$,可证 $\text{Rt}\triangle AEC \cong \text{Rt}\triangle BDA$.要证 $\text{Rt}\triangle AEC \cong \text{Rt}\triangle BDA$,已有一对直角相等,即 $\angle CEA = \angle ADB = 90^\circ$,还得有一条边相等. $\because AP \perp BC$, $BP = CP$.

$\therefore AP$ 是线段 BC 的垂直平分线.

\therefore 由中垂线定理可以得到 $AC = AB$.

有了一角一边,还要找一个角呀!

$\because BD \parallel CE$,

$\therefore \angle ECB + \angle CBD = 180^\circ$ (两直线平行,同旁内角互补),

$\because \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ$ (等边对等角),

$\therefore \angle ECA + \angle DBA = 90^\circ$ (等量减等量,其差也相等),

$\because \angle ECA + \angle EAC = 90^\circ$ ($\text{Rt}\triangle$ 中两锐角互余),

$\therefore \angle DBA = \angle EAC$.

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BDA$ (角角边). $\therefore AE = BD$.

他用分析法(逆推法)来证这题.

对比班良等学生高××对着图2出声读题后,思考原题说, $\because BP = CP$, $AP \perp BC$.

$\therefore AP$ 是 BC 的垂直平分线, $\therefore AC = AB$ (中垂线定理),又 $\because CE \perp MN$, $BD \perp MN$,

$\therefore \angle CEA = \angle ADB = 90^\circ$.

(苦思冥想,找不出往下证的条件,10分钟过去,转做铺垫题一).

做铺垫题一说, $\because \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle CAB = 90^\circ$ (三角形内角和定理).

$\therefore AC = AB$ (同一三角形中等角对等边).

$\because CE \perp MN$, $BD \perp MN$, $\therefore \angle CEA = \angle ADB = 90^\circ$.

还缺少一个角……

(企图找 $\angle ECA = \angle BAD$,但在5分钟内未找出理由,转做铺垫题二).

做铺垫题二说,过 D 点作 AB 的平行线与 CA 的延长线交于 H .不对……,

噢,这样再作一条辅助线,过 A 点作 BD 的

平行线交 DH 的延长线于 H' .

(企图通过作辅助线,造平行四边形来证,但未成功,5分钟后转做铺垫题三).

做铺垫题三说, $\because BD \perp MN$, $CE \perp MN$, $\therefore \angle CEA = \angle ADB = \text{Rt}\angle$

$\because \angle EAC + \angle BAD = 90^\circ$, $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAC = \angle ABD$, $\because AB = AC$, $\therefore \triangle ACE \cong \triangle BAD$ (AAS).

$\therefore AE = BD$.

事后提问他为什么前三题都做不对,他追忆说,前面三题做不出来的原因是缺一个角.

(下接54页)

注：文中未注明文章出处的研究皆见Roberts等（1981）一文。

（上接58页）

高，而老年被试近于辨清客观的刺激，难于转换成完全刺激，再认时间较长，而且这些结果受光学状况的影响较小，如观视时间，刺激太小，改变照明、对比、或有无噪背景均无多大影响，除外，老年的知觉系统更趋于稳定，Korchin（1956）要求被试依次辨认13张分别画有猫、狗等动物的图片，老年被试反应要慢。Botwinick（1959）作双关图形实验，老年被试转换慢。他们的塑性降低而使稳定与持续性提高，因此易于敏感不相关刺激的干扰，这也反映出“知觉噪音”随年龄上升而上升的现象。

错觉 错觉量依年龄出现两种变化，M-L错觉与Poggendorff错觉的错觉量随年龄而增加，圆圈错觉与Ponzo错觉的错觉量随年龄下降。而横竖“ \perp ”错觉首先随年龄增加错觉量，以后逐渐减少。

总之，视功能在20岁以前（青年期）一直处于上升阶段，包括眼的调节力、视野、视敏度，色觉能力、空间与时间分析力，一般多数功能在45岁以前一直保持稳定或良好水平，之后开始功能性衰弱。45岁士是一重要的转折点。

（本文参考美国《年龄心理学手册》，James E. Birren, K. Warner Schaie 1985年）

（上接77页）

老找不出来。

从出声思维的口语材料看来，在证明第一题抑或证明第二题的过程中，无论是做对题数抑或证题的正确率和速度都是采用自学辅导教学法的班比常规教学法的班为优（已做过非常类似的题例外）。运用逆推法和作辅线亦然。

教学中过多运用标准图形不利于学生观察识别能力的提高。学生对变式图形不能正确辨认，直接影响到思维推理的顺利进行。在图4题中，有1学生把图形连续调转5次未能看出梯形DGEB，最后经过三次铺垫才能看出而把题做对。又有一学生给了辅垫一、二仍看不出OP是 $\triangle ACF$ 的中位线，直至辅垫题三直接给出OP是 $\triangle ACF$ 中位线，才恍然大悟。有些学生由于图形的变式和图形交错的影响，在这复杂图形所包含的变式梯形和三角形都看不出来。因此，在教学时必要使学生理解感知对思维的影响，加强对变式图形的训练，加强对图形交错的复杂图形识别简单的图形。在应用标准图形去证明定理之后，还要用变式图形去复习巩固，这样有利于推理思维的发展。